

Hacia una
mejor calidad
de la
educación rural

MATEMÁTICA

Escuelas rurales - 1° y 2° ciclos de la EPB



Documentos de apoyo para la capacitación
DGCyE / Subsecretaría de Educación

Hacia una
mejor
calidad
de la
educación
rural

MATEMÁTICA

Escuelas rurales - 1° y 2° ciclos de la EPB



**Dirección General de
Cultura y Educación**
Gobierno de la Provincia
de Buenos Aires

Subsecretaría de Educación

Provincia de Buenos Aires

Gobernador

Ing. Felipe Solá

Director General de Cultura y Educación

Prof. Mario Oporto

Subsecretaria de Educación

Prof. Delia Méndez

Directora Provincial de Educación de Gestión Estatal

Lic. Alicia Raquel Vereá

Director Provincial de Educación de Gestión Privada

Prof. Juan Odriozola

Director Provincial de Educación Superior y Capacitación Educativa

Prof. Daniel Lauría

Directora de Capacitación

Lic. María Alejandra Paz

Directora de Educación Primaria Básica

Prof. Graciela De Vita

Hacia una
mejor
calidad
de la
educación
rural

MATEMÁTICA

Escuelas rurales - 1° y 2° ciclos de la EPB

Proyecto

Hacia una mejor calidad de la educación rural

Dirección de Educación Primaria Básica

Subdirección de Planes, Programas y Proyectos

Hilda Pellizzi

Coordinadora general

María Cristina Hisse

Coordinadora de producción de materiales

Olga Záttera

Asesora pedagógica

María Nélida Coronel

Buenos Aires (prov.). Dirección de Educación Primaria Básica
Hacia una mejor calidad de la educación rural: matemática / coordinado
por María Cristina Hisse y Olga Záttera - 2a ed. - La Plata: Dir. General de
Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2005.
260 p. ; 28x20 cm. (Documentos de apoyo para la capacitación)

ISBN 987-98992-7-X

1. Capacitación Docente-Matemática 2. Escuelas Rurales I. Hisse, María
Cristina, coord. II. Záttera, Olga, coord. III. Título
CDD 371.01:372.7.

© 2005 Dirección General de Cultura y Educación
Subsecretaría de Educación
Calle 13 entre 56 y 57 (1900) La Plata
Provincia de Buenos Aires
ISBN 987-98992-7-X
Hecho el depósito que marca la Ley N° 11.723

publicaciones@ed.gba.gov.ar

Primera edición 2002 / Segunda edición agosto de 2005

Presentación del área



Le proponemos la lectura de este material para que, después de haber tomado contacto con las características generales del Curso, a través del Módulo Presentación, pueda acercarse a las ideas centrales que orientan el trabajo en el área de Matemática. Encontrará aquí el enfoque que sienta las bases de la propuesta didáctica, la presentación de los objetivos y contenidos del curso, su distribución en los diferentes módulos y la organización del trabajo en el año.

Algunas referencias a la didáctica de la Matemática

A través del desarrollo del Curso, nos proponemos dar respuesta a los intereses y necesidades de quienes, como usted, buscan alternativas para profundizar sus conocimientos acerca de la Matemática y de cómo enseñarla.

Este propósito se fundamenta en la convicción de que para lograr buenas prácticas de la enseñanza, es necesario diseñar la tarea a partir de responder dos preguntas centrales, ligadas indisolublemente: ¿Qué enseñar? y ¿Cómo enseñar?

Desde esta perspectiva, el Curso propone instancias que, a través de la actualización sostenida y constante, le permitan avanzar en el conocimiento científico y en la reflexión sobre los vínculos entre la teoría y la práctica en el aula.

Este planteo no es casual. La década del '60 vio surgir una reforma que sacudió las formas de la enseñanza de la Matemática en todo el mundo, no solo por la *renovación de los contenidos* sino porque también se asistió al nacimiento de una incipiente ciencia social – **la didáctica de la Matemática** – cuyo objetivo es *indagar disciplinadamente en el complejo de hechos y relaciones que se producen en el aula cuando en ella y con la mediación del docente, interactúan los alumnos y el conocimiento matemático.*

La tarea durante el Curso será analizar las formas de mediación docente en el

caso particular en que interactúan en el mismo lugar y simultáneamente, alumnos diversos con contenidos diversos.



La educación Matemática en la escolaridad básica

“Al desarrollar la creatividad se desarrolla también el sentido del placer por el descubrimiento. Si el alumno aprende descubriendo por sus propios medios, aunque detrás esté escondida la mano conductora del maestro, seguro que goza con ello.”

Luis A. Santaló¹



En primer lugar y antes de entrar concretamente en el tratamiento de las particularidades de las aulas rurales, consideramos necesario hacer referencia a algunos aspectos de índole general de la enseñanza de la Matemática.

Los alumnos que hoy transitan la escolaridad básica y han tenido acceso al nivel inicial, pasan de una educación en la que los aspectos lúdicos del aprendizaje juegan un papel dominante, a este otro nivel educativo en el que se comienza a potenciar más intensamente el desarrollo del dominio cognoscitivo y las habilidades intelectuales. Los que no han tenido la posibilidad de acceder a ese nivel, al ingresar al primer año de la EGB se incorporan por primera vez a la escuela y por lo tanto sentirán sus exigencias con mayor intensidad. Para lograr que todos ellos accedan a aprendizajes significativos y contextualizados, durante el Primer Ciclo, será necesario ofrecerles una serie de actividades que no estén distantes

¹ SANTALÓ, L. A. y otros. (1994) *La enseñanza de las Matemáticas en la educación intermedia*. RIALP, Madrid.

de su entorno habitual y los conduzcan a comprobaciones sencillas con el objetivo de que puedan afianzar los conceptos a medida que los van construyendo.

La calidad de los conocimientos que los alumnos tienen cuando ingresan al Segundo Ciclo es muy variable, depende de sus experiencias escolares previas. Algunos han alcanzado un desempeño discreto en las técnicas de cálculo pero tienen una conceptualización deficiente de la aritmética que esos cálculos supone.

Otros habrán alcanzado una comprensión elemental de la suma y de la resta. Otros, en cambio, tendrán un alto nivel de comprensión de los problemas que se les presenten. Esta situación, la disparidad de la comprensión y del desarrollo de habilidades, crea un dilema difícil de resolver para los maestros de los diferentes años del Ciclo en cuanto a la selección de las actividades más aptas.

En la seguridad de que **todos pueden aprender**, el desafío consiste en encontrar estrategias didácticas que permitan a todos, con un cierto grado de instrumentación (adquisición de lenguajes, recuperación de información) alcanzar los contenidos previstos para cada ciclo y desarrollar un proceso de socialización creciente.

Si esto es así en cualquier año y cualquier escuela, se convierte en particularmente relevante en el caso de las aulas con grados múltiples porque, como usted sabe, se profundiza la disparidad entre los alumnos.

Encuadre general del Curso

En las décadas más recientes ha habido considerable difusión de las investigaciones en didáctica de la Matemática que se realizan en las más prestigiosas universidades. Si bien existen diferentes corrientes y se instalan apasionantes debates, queda todavía mucho por investigar acerca de cómo aprenden Matemática los sujetos y cuáles son las mejores condiciones que las instituciones escolares deberían brindar para que se produzcan esos aprendizajes. Gran parte de los trabajos científicos en didáctica han tomado como objeto de estudio las aulas de centros urbanos donde los alumnos, aunque diversos en otros aspectos, pertenecen al mismo grado de escolaridad.

Si bien nuestra propuesta pedagógica se inscribe en el marco de los documentos curriculares de la Provincia de Buenos Aires, atendiendo particularmente las características de las aulas del medio rural, podemos destacar algunas consideraciones válidas tanto para las aulas urbanas como para las rurales.

Compartimos la opinión de H. Winter (1975)² que postuló cuatro condiciones para una educación Matemática significativa.

Desde esta perspectiva, la escuela debe brindar al niño la posibilidad de:

- ser una persona activa,
- participar en discusiones racionales,
- tomar conciencia de la utilidad de la Matemática,
- adquirir habilidades formales.

Consideremos cada una de esas cuatro condiciones.

Para hacer del escolar una **persona activa** la escuela debe promover que



trabaje en forma exploratoria y constructiva realizando observaciones, elaborando conjeturas y planes para la solución de problemas, yendo más allá de la información dada por el maestro y generando problemas «nuevos» vinculados con las situaciones exploradas.



Las **discusiones racionales** que se promueven en un contexto educativo tienen como base la cooperación. Así el niño aprenderá a discutir con sus compañeros, a comparar y evaluar resultados, a explicar sus conjeturas, a mostrar ejemplos y contraejemplos que las ilustren, en un clima de mutuo respeto.

² WINTER, Hans, mencionado por WALTHER, G. *La actividad Matemática en un contexto educativo*. En *Estudios en educación Matemática*. Volumen 3 preparado por Robert Morris. UNESCO. París, 1983.



Un alumno va tomando conciencia de la **utilidad de la Matemática** a medida que aprende a matematizar situaciones dentro y fuera de la escuela. Cuando recoge datos midiendo, estimando, cuando los organiza y representa; cuando interpreta datos numéricos o representaciones gráficas, está construyendo «modelos» matemáticos.



Por último, la adquisición de **habilidades formales** se refiere al aprendizaje de hechos, de notaciones convencionales, de técnicas de representación, de algoritmos, de recursos tecnológicos que la sociedad espera que los niños dominen.



La lectura de los párrafos que siguen le permitirá acercarse a una forma de ver la práctica docente, más allá de la clase.

Llevar estas recomendaciones a la práctica del aula implica **planificar la enseñanza** teniendo presente de qué modo podemos influir en el aprendizaje de los alumnos creando las mejores condiciones posibles para que se produzcan aprendizajes de calidad.

Influir en el proceso de aprendizaje de los estudiantes y ayudarles a construir un sistema de significados que les permita usar sus conocimientos matemáticos en distintas situaciones, supone la elección previa de una organización de la secuencia de contenidos y la búsqueda de instrumentos adecuados para conseguir los propósitos planteados en los objetivos.

Cuando hablamos de un cuerpo de conocimientos estructurados, no nos referimos a que los alumnos construyan estructuras análogas a las formulaciones disciplinares clásicas, sino más bien a que integren sus saberes dependiendo

cada vez menos del «contexto» en que los aprendieron. Vale decir, que a partir del trabajo en las aulas con problemas contextualizados, se deben llevar por ellos hasta donde ellos los lleven.

Con cierta frecuencia, cuando se habla de práctica docente se piensa en lo que sucede en las aulas. En nuestra concepción abarca mucho más que eso. Incluye la **etapa previa** de planificación donde el docente pone en juego sus saberes disciplinares y didácticos - y toda su historia cognitiva como alumno y como docente - en la búsqueda de una selección de actividades que se adecuen a las necesidades de su grupo de alumnos y al marco de referencia de la institución escolar.

*«En el marco de transformación educativa que se intenta llevar a cabo en la educación provincial, la escuela cobra un nuevo perfil, a partir de una revisión de su función y de un replanteo de sus características institucionales».*³

*«En este sentido, el conocimiento de los saberes previos (de los alumnos) permite la planificación de las acciones que se llevarán a cabo, seleccionando medios y estrategias, ajustando recursos e instrumentando las acciones correspondientes, incluso las compensatorias».*⁴

Una vez planificada la tarea se produce la **interacción en el aula** entre el docente, los alumnos y el contenido por aprender. Consideramos fundamental establecer diálogos con los alumnos acerca de nuestras intenciones educativas: qué van a aprender, cómo se relaciona con lo que ya saben y cuáles serán los criterios de valoración de la tarea que vamos a utilizar.

*«Los resultados de la evaluación de los aprendizajes le posibilitan al docente: confrontar entre lo previsto y lo logrado, detectar obstáculos de aprendizaje, acreditar saberes, analizar su propuesta didáctica y tomar las decisiones pertinentes, observar la propiedad de los vínculos establecidos, autoevaluarse. A su vez, al alumno le permiten: motivarse para continuar actuando, tomar conciencia de las dificultades y encontrar alternativas de superación, evaluar intervenciones incidentes en su aprendizaje, autoevaluarse».*⁵

³ Provincia de Buenos Aires, Diseño Curricular, Marco General, pág. 14

⁴ Idem anterior, pág. 22

⁵ Idem anterior, pág. 22

Pero la fase tal vez más importante y a veces minimizada es la **etapa de reflexión posterior** a la tarea de aula. En la medida de sus posibilidades los alumnos deben reflexionar al finalizar una unidad de trabajo acerca de qué aprendieron, qué cosas ya sabían y pudieron aplicar en la adquisición de nuevos conocimientos. La tarea de reflexión del docente no se agota en conducir esta puesta en común con sus alumnos. Cuando evoca lo sucedido en el aula seguramente se pregunta por qué ocurrieron las cosas de ese modo, en qué medida el desarrollo de las actividades se apartó de lo que tenía planificado, qué efectos no esperados ocurrieron en las clases, qué ajustes debe realizar para que sus intervenciones futuras logren, dentro de lo posible, las condiciones más favorables para que todos los niños aprendan a pesar de la diversidad en los puntos de partida de cada uno. La tarea docente es compleja y siempre abierta a nuevas perspectivas.



Es propósito central de este curso, acompañarlo en esta etapa de evocación de aquello que sucedió en el aula. Esta será una tarea central en las tutorías locales, donde después de su reflexión personal, podrá intercambiar con los otros docentes y con el capacitador tutor, todas sus experiencias.

La enseñanza de la Matemática en las escuelas rurales

En lo que se refiere a los aspectos metodológicos que es conveniente revisar con los docentes de escuelas rurales, es cierto que no es fácil integrar en un aula las diversidades individuales que presentan los alumnos en cuanto a su edad y su año de escolaridad. Si se agregan las diversas culturas familiares de las que puedan provenir, el problema de la gestión de las clases en multigrado se hace mucho más complejo.

La especificidad del trabajo con grados múltiples exige pensar en modalidades de enseñanza que promuevan **la interacción entre los alumnos y la socialización del grupo con una organización particular** de la tarea en el aula. Se trata de atender a la diversidad y al mismo tiempo favorecer en los alumnos:

- el desarrollo de la autonomía,
- la comunicación de resultados y procedimientos,
- la interacción en función de una temática común, o del uso de un mismo recurso, o de la solución comunitaria de alguna situación que les interese a todos.



Grados agrupados y articulación de actividades

En las aulas con plurigrado, la selección y organización de las actividades dependerá de un gran número de variables entre las que cabe destacar que alumnos de muy diferentes edades pueden estar cursando el mismo año de estudios. Además, el número de alumnos que pertenece a cada año o ciclo suele ser muy distinto de una escuela a otra. Por ejemplo en una escuela podemos encontrarnos con un grupo de siete alumnos de 1er año, ninguno en 2do ni en 3ro y dos alumnos de 6to, mientras que en otra hay dos o tres alumnos de cada año. En este sentido, una organización que resulte adecuada para una institución puede ser absurda para otra.

Es usted, como docente a cargo de una escuela unitaria o de un aula de grados agrupados quien mejor va a poder decidir para las propuestas de actividades de este Curso, cómo constituir grupos pequeños de trabajo para lograr mejores aprendizajes en los alumnos, en correspondencia con los contenidos que va a enseñar y la propuesta didáctica que diseñe para cada situación.

La naturaleza misma del grado múltiple hace necesario que los grupos de trabajo se constituyan en función de los saberes de los alumnos relativos a un tema, más que en función del año que cursan. Por ejemplo, un niño de 3er año

puede trabajar con uno de 5to en la resolución de problemas que involucren la multiplicación. De este modo, una distribución de los alumnos en grupos para un determinado tema, puede ser cambiada por otra muy distinta para otro.



A medida que avance en la lectura de los módulos, a través de los casos y ejemplos que se presentan, encontrará alternativas de agrupamiento pertinentes para cada una de las situaciones. Asimismo podrá confrontarlas con las modalidades a las que usted recurre habitualmente, para obtener conclusiones acerca de cuáles podría transferir a su actividad cotidiana.

Los Objetivos del Curso

Consideramos que las condiciones que acabamos de exponer pueden dar marco a los objetivos generales de este curso.

Proponemos que usted:

- profundice sus conocimientos acerca de los conceptos matemáticos y su aprendizaje escolar,
- revise su propia práctica en un marco didáctico adaptado a las necesidades de la transformación educativa de la Provincia de Buenos Aires,
- adquiera recursos y criterios de análisis didáctico para la organización del trabajo en aulas escolares rurales,
- construya con otros colegas un espacio de intercambio y planificación grupal que le facilite superar el aislamiento en el que habitualmente debe desarrollar su tarea,
- fortalezca su autonomía para el mejoramiento continuo de su gestión profesional, en los aspectos disciplinares y pedagógicos.



Los contenidos

El presente curso consta de tres módulos, que se organizan alrededor de cuatro ejes de contenido:

- 1. Números y operaciones**
- 2. Nociones geométricas**
- 3. Mediciones**
- 4. Nociones de Estadística y Probabilidad**

La elección de los ejes responde a la necesidad de que los docentes dispongan de algún criterio organizador para revisar los conocimientos matemáticos y didácticos que ponen en juego en su práctica. En tal sentido resulta conveniente respetar la selección de los ejes hecha en el Diseño Curricular de la Provincia de Buenos Aires. En cuanto a los contenidos del eje Tecnológico y el de Formación Ética están presentes en todos los módulos como temas transversales que atraviesan todo el desarrollo del proyecto.

Ninguno de esos ejes se puede abordar con total independencia de los otros. Por el contrario, es conveniente destacar, siempre que sea posible, las relaciones que los vinculan. De este modo se fortalecerá el entramado de conceptos y relaciones que torna significativos a los aprendizajes de niños y adultos. Por tal razón no se ha considerado a la **resolución de problemas** como un eje de contenidos sino como un aspecto metodológico que debe estar presente en el tratamiento de todas las situaciones planteadas.

En los tres módulos se desarrollan situaciones que implican más de un eje. No se trata de proponer a los docentes un curso de Matemática formalizada sino de que reflexionen acerca de cómo crear las mejores condiciones para favorecer a los niños en la construcción de sus conocimientos.

Con la esperanza de que algunas experiencias exitosas desarrolladas por otros colegas permitan analizar situaciones escolares concretas y discutir los rasgos

que las tornaron satisfactorias, el desarrollo de los módulos incluye registros de algunas situaciones realizadas por docentes rurales en aulas de plurigrado de nuestra Provincia.

También se hacen algunos comentarios acerca de la probable evolución del proceso de construcción de los saberes seleccionados y de cómo se pueden organizar otras situaciones en las que todo el grupo de alumnos, o una parte de ellos puedan trabajar de modo solidario.

Ese análisis permite destacar algunos rasgos tanto de la planificación como de la implementación de la experiencia que pueden ser aplicables a otras situaciones áulicas.

En el cuadro que sigue aportamos un esquema de contenidos de los tres módulos que le servirá de guía para organizar su recorrido y tenerlo siempre como posible referencia.

Distribución de contenidos por MÓDULO

MÓDULO 1

Número y operaciones	Nociones geométricas	Mediciones	Nociones de Estadística y Probabilidad
Problemas aditivos y multiplicativos en \mathbb{N} Cálculo mental y escrito y propiedades de las operaciones	Cuerpos y figuras Ángulos	Tiempo	Sucesos probables, imposibles y seguros

MÓDULO 2

Número y operaciones	Nociones geométricas	Mediciones	Nociones de Estadística y Probabilidad
Expresiones decimales en el uso social	Figuras: propiedades Triángulos, lados propiedad triangular	Perímetro Moneda	Recolección de información Organización de datos Representaciones gráficas

MÓDULO 3

Número y operaciones	Nociones geométricas	Mediciones	Nociones de Estadística y Probabilidad
Expresiones decimales en contextos de medición	Ángulos	Longitud, superficie y ángulos	

En las sugerencias de trabajo para el aula que encontrará en los módulos, muchas veces hallará variantes de las actividades ordenadas por *niveles de complejidad creciente*. Tal sistematización, facilita diferentes organizaciones de los grupos de trabajo. Por ejemplo, podría ser que los alumnos de 1ro y 2do año resolvieran una actividad del *Nivel 1*; los de 3ro y 4to, una del *Nivel 2* y los de 5to y 6to otra del *Nivel 3*. En otro caso, la actividad propuesta para el *Nivel 1* podría no resultar adecuada para sus alumnos de 1er año y sí lo fuera para los de 2do y 3ro, lo que conduciría a una organización del tipo:

Nivel 1: alumnos de 2do y 3ro,

Nivel 2: alumnos de 4to y 5to,

Nivel 3: alumnos de 6to año.

En otra situación, si la actividad del *Nivel 3* fuera difícil aún para los alumnos de 6to año, las sugerencias podrían adaptarse así:

Nivel 1: alumnos de 3ro y 4to,

Nivel 2: alumnos de 5to y 6to y sería necesario simplificar la del *Nivel 1* para los más pequeños.

Como esta organización de la clase se hace en función del contenido y de la significatividad del problema para cada alumno, también podría ocurrir que algunos alumnos de 3ro y 5to año realizaran juntos actividades del *Nivel 1* ó del *2*.

Resulta claro que las variantes pueden ser muchísimas y que nadie mejor que usted puede decidir la mejor forma en que todos sus alumnos trabajen respetando sus ritmos.

También es importante destacar que las propuestas de trabajo grupal necesariamente se alternan con situaciones de resolución individual y otras para el grupo total.

Seguramente, a medida que transcurra el curso y pueda dialogar con otros colegas podrá analizar cómo se transforman las propuestas iniciales de cada módulo al ser llevadas a la práctica en distintas escuelas y con diferentes estrategias.

Como anticipamos en el Módulo Presentación del Curso, en el caso de las aulas con plurigrado en medios rurales, son los propios docentes a cargo de estos grupos quienes pueden aportar las más ricas experiencias sobre el trabajo con la diversidad, para permitirnos analizar juntos los logros y las dificultades.

Se trata de avanzar en la comprensión de aspectos como:

- el diagnóstico inicial de la situación de los alumnos,
- la producción de actividades diferenciadas,
- la organización del tiempo escolar,
- la evaluación de los procesos de aprendizaje individuales y grupales.



La interacción en los encuentros presenciales



En este apartado le presentamos algunas líneas de trabajo, que se compartirán durante las tutorías.

La organización del trabajo en las tutorías está prevista de la siguiente manera:

Tutoría 1: Presentación del Curso y del Módulo 1

Tutoría 2: Análisis de lo realizado en las escuelas a partir del Módulo 1 y presentación del Módulo 2

Tutoría 3: Análisis de lo desarrollado en las escuelas considerando el Módulo 2, presentación del Módulo 3 y de las características de la evaluación final.

Tutoría 4: Encuentro de evaluación final.

Entre las Tutorías 3 y 4 los docentes entregarán a su tutor un informe que deberá contener la síntesis de lo que cada uno presentará en el encuentro de evaluación final



Un modo personal de organizar sus aprendizajes

Esperamos de usted que, además de su participación en las tutorías, dedique parte del tiempo que transcurre entre dos reuniones presenciales al estudio en su hogar del módulo correspondiente y a la realización de las actividades acordadas.

Es muy importante para su crecimiento profesional permanente, que desarrolle al máximo los hábitos para el estudio independiente tales como:

- realizar una lectura exploratoria del módulo para tener claro cuáles son las propuestas para resolver antes de los encuentros
- organizar los tiempos que destinará a leer y resolver las actividades
- registrar la propia experiencia (comentarios de los alumnos, situaciones de aula, reflexiones personales)
- resolver problemas

y, respecto de la lectura, como usted sabe, será necesario desarrollar estrategias generales como:

- encontrar las ideas principales
- resumir
- esquematizar redes conceptuales
- precisar las dudas
- formular preguntas
- aportar nuevas ideas
- consultar otras fuentes.

Para facilitar el estudio del módulo, encontrará distintos tipos de actividades: unas tienen como propósito orientarlo en la lectura autónoma de los párrafos seleccionados, otras lo ayudarán a analizar aspectos relevantes del tema considerado y otras lo ayudarán a planificar actividades que se puedan implementar en las aulas de plurigrado.

Le recomendamos que desde un principio tenga a mano lo que podríamos llamar un cuaderno de campo. Se trata de un espacio donde tomar notas, en el que usted se permita escribir libremente - como los estudiantes en su cuaderno borrador - todo lo que considere de interés para pensar luego con más tiempo. Puede registrar observaciones que lo ayuden a volver sobre momentos «especiales», ya sean intervenciones suyas o de sus alumnos u otras cosas que se le ocurran.

Por otra parte, y como **un insumo para la evaluación final** de todo el curso, le pedimos que guarde algunas producciones escritas - suyas y de sus alumnos - que le iremos indicando a lo largo del Curso, en una **Carpeta personal** que será la memoria de su proceso de capacitación. Para ello, le sugerimos que también conserve allí todas sus anotaciones sobre las actividades indicadas, así las tendrá disponibles para revisarlas, completarlas, plantear sus dudas a los otros docentes.

Como le anticipamos en el Módulo Presentación, encontrará actividades diferenciadas para maestros y directores. Si bien todas las propuestas de lectura, análisis y ejecución en el aula, serán resueltas por maestros y directores a cargo de grado, algunas otras están diseñadas para orientar la mirada del director que debe tener en cuenta la gestión de la escuela en su conjunto y la implementación de las propuestas por parte de todos los maestros de la institución que participen del curso.

Para una mejor identificación de las actividades señalaremos con:



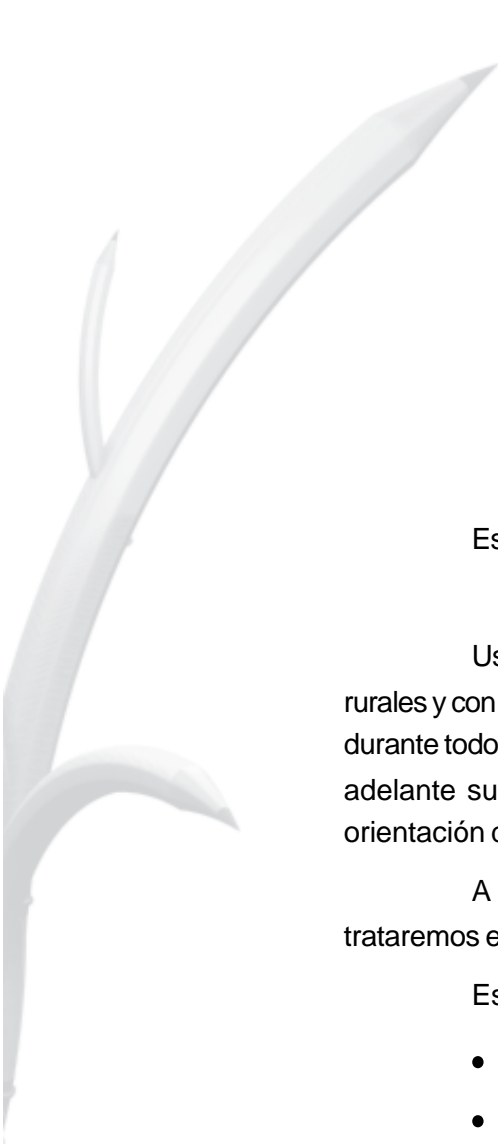
aquellas que sugerimos para resolución de los directores



Hasta aquí hemos planteado las características generales del trabajo propuesto para el área de Matemática. Lo invitamos a continuar la tarea con la lectura del Módulo I del área. Nos despedimos no sin antes decirle que deseamos que esta tarea compartida le resulte además de útil, interesante.



Módulo 1



Estimado colega:


Usted está iniciando con otros docentes de escuelas rurales y con su tutor, un camino compartido que se desarrollará durante todo el curso. A partir de ahora podrá empezar a llevar adelante su trabajo individual, para lo cual cuenta con la orientación de este módulo.

A través de los diversos apartados y actividades, trataremos el campo de problemas multiplicativos.

Este material incluye:

- Introducción
- Objetivos
- Contenidos
- Organización de los temas en dos apartados
- Breve cuestionario para su autoevaluación.
- Anexo

Lo invitamos a iniciar la tarea ...



Introducción

Las matemáticas disfrutan de un gran prestigio. Sin duda es merecido porque gracias a ellas fueron posibles los adelantos científicos que hoy son indispensables en los asuntos prácticos y, por otro lado, constituyen la obra maestra de la más pura abstracción. Pero el tema que ahora nos ocupa no es la naturaleza de los objetos matemáticos sino cuáles son los objetivos que hay que perseguir en la enseñanza de esta disciplina cuando se trata de la educación básica de todos los niños.

El conocimiento matemático actúa como uno de los organizadores de las experiencias que tenemos con los fenómenos del mundo real, físico y cotidiano, sus propiedades, las acciones que ejercemos sobre ellos, y las propiedades de esas acciones. Por otra parte, para la comunicación de las ideas matemáticas tanto en forma oral como escrita, es necesario cierto dominio del lenguaje técnico específico y del lenguaje simbólico.

Un ejemplo sencillo nos permitirá ilustrar las ideas que acabamos de exponer. Si se trata de adornar tres floreros colocando dos flores en cada uno, son necesarias 6 flores, también se necesitan 6 flores si lo que se quiere hacer es adornar solo dos floreros colocando tres flores en cada uno. Las acciones de colocar las flores en los floreros no requieren más que su realización efectiva, pero también se las puede considerar desde un punto de vista matemático como posibles modelos de situaciones multiplicativas que ponen en evidencia la propiedad conmutativa de la operación "multiplicación".

Ambas situaciones se pueden expresar en un lenguaje simbólico:

3 veces 2, o bien $2 \times 3 = 6$, en el primer caso y

2 veces 3, o bien $3 \times 2 = 6$, en el segundo.

No se trata de buscar situaciones más o menos reales que sirvan de apoyo a conceptos matemáticos "abstractos" sino de interesar a los niños en analizar las situaciones que se les presentan a diario y poder comunicarlas con cierto

dominio del lenguaje apropiado. Desde un punto de vista didáctico, interesa más el estudio de los procesos de significación y producción de sentido de ese lenguaje que la apropiación de los signos como un sistema de reglas preestablecidas.

Los conceptos matemáticos no permanecen inmutables: una vez creados, evolucionan y se modifican según los problemas con los que se enfrenta cada sujeto. De ahí la importancia de ofrecer en las aulas situaciones de aprendizaje que desafíen constantemente a los niños.

Pero una cosa son las intenciones educativas que los docentes ponemos en juego al seleccionar las actividades que llevamos a las aulas y otra cosa es lograr que los alumnos “hagan matemática”.



A lo largo del módulo volveremos sobre estas ideas para dejar más claro qué entendemos por una educación matemática de calidad para todos los escolares.

En particular a través de este MÓDULO 1, nos hemos planteado que usted:

- Profundice la comprensión de aspectos de la enseñanza de la matemática y contenidos vinculados a los ejes número y operaciones y nociones de estadística y probabilidad.
- Disponga de recursos didácticos para la enseñanza en el plurigrado.
- Participe de un proceso de aprendizaje que le facilite la organización de la tarea de enseñanza.
- Valore la reflexión sobre la propia práctica como elemento fundamental para fortalecer la autonomía en la gestión profesional.
- Disponga de orientaciones para diseñar situaciones de enseñanza relativas a los ejes correspondientes a nociones geométricas y mediciones.

Contenido

Hemos considerado para este módulo **la enseñanza de:**

1. Problemas aditivos y multiplicativos entre números naturales. Cálculo mental y escrito, y propiedades de las operaciones.
2. Relaciones espaciales. Cuerpos y figuras.
3. Medida del tiempo.
4. Nociones sobre sucesos probables, imposibles y seguros.

La estructura del módulo



Si bien aquí se anticipa la organización prevista para el trabajo con el módulo, le sugerimos que antes de iniciar el estudio detallado de cada uno de los dos apartados realice una lectura exploratoria del módulo, para poder programar su trabajo: el tiempo que necesitará destinarle, la secuencia de actividades de modo de “llegar a tiempo” a cada una de las tutorías con todo lo necesario resuelto, la revisión de los contenidos que le parezca pertinente, etc.

Un curso de capacitación como el que nos reúne, implica necesariamente una selección y jerarquización de los contenidos por abordar. En esta oportunidad elegimos aquellos que ofrecen la oportunidad de presentar estrategias que consideramos pertinentes para la enseñanza de la matemática en contextos de atención a la diversidad.

El trabajo sugerido en este módulo -lo mismo sucederá en los siguientes- está distribuido en dos partes.

La **1ra parte** se inicia a través del análisis de un juego como recurso en el aula de plurigrado.

Consideramos que es un buen comienzo para intentar, después, el desarrollo de alguna práctica con el conjunto de todos los alumnos de un aula de plurigrado. Cuando lleve a la práctica la experiencia, le pedimos que registre lo sucedido y lo conserve en su carpeta personal.



Recuerde que, la primera parte está diseñada para que usted lea el módulo, resuelva algunas actividades de análisis, planifique una actividad para su grupo de alumnos, la lleve a la práctica y registre lo ocurrido para poder compartirlo en la reunión tutorial.

Le sugerimos que organice su trabajo de modo de poder llevar al aula la actividad planificada, dejándose un tiempo antes de la tutoría para registrar sus impresiones, tomar nota de sus reflexiones en torno a la clase desarrollada, analizar las producciones de sus alumnos. Por otra parte, podrá revisar sus lecturas y actividades. Tener disponibles sus resoluciones en la carpeta personal, le permitirá aprovechar mejor el trabajo compartido con sus colegas y con el capacitador-tutor.

D: **en el caso de los directores de escuelas no “unitarias”, tendrán que analizar lo que simultáneamente desarrollan los diferentes maestros de la escuela. Deberán organizar los tiempos de la institución para que cada docente avance en su propio proceso de capacitación, programando a la vez un tiempo propio para las acciones que le son específicas: incorporar sus propias conclusiones acerca de los elementos comunes de las experiencias desarrolladas y fundamentarlas. Este material será un insumo de trabajo importante en las tutorías, donde podrá compartir sus reflexiones con otros directores.**

En la **2da parte** abordamos el *estudio de un caso*. Consiste en la lectura de la crónica de una experiencia didáctica realizada por una maestra rural bonaerense en un aula de grado múltiple. El tema abordado es la división en diferentes situaciones. A medida que usted avance en la lectura se encontrará con preguntas para orientar su reflexión a propósito del caso y de las prácticas que se desarrollan

en el aula. Usted comprobará que el acento está puesto sobre el análisis de las **producciones** de los alumnos y sobre las actitudes del docente en el planeamiento y el desarrollo de la experiencia y en la anticipación de intervenciones futuras.



Tenga en cuenta que las actividades previstas para la segunda parte consisten fundamentalmente en la lectura y análisis de propuestas de enseñanza. A diferencia de lo que se sugiere en la primera parte de este módulo, no es necesario poner en práctica las situaciones de enseñanza que se presentan. Aún así, usted podrá decidir incluirlas en su trabajo cotidiano, en la medida en que le parezcan pertinentes para el desarrollo de la programación que tiene prevista.

D: los directores, además de analizar las propuestas que se plantean en el módulo considerarán la posibilidad de su implementación en la escuela de acuerdo con la planificación institucional prevista para el ciclo lectivo.

Al finalizar la segunda parte del MÓDULO encontrará también un **breve cuestionario para su autoevaluación**.

Como **Anexos** figuran algunas lecturas y **Sugerencias de Actividades** diseñadas para aulas de grados múltiples que abarcan muchos de los contenidos temáticos de este primer Módulo. Le recomendamos que las lea, pueden resultarle interesantes.

Para tener en cuenta:



El registro de clases

Un propósito importante de este curso es promover la reflexión sobre la práctica.

Para poder pensar “acerca de la clase” es necesario tener



presente lo que ocurrió en cada situación. Muchas veces pequeños detalles, comentarios, intervenciones no planificadas, cambios “sobre la marcha”, pueden ser importantes aportes para la obtención de conclusiones respecto de cómo enseñar. Para tenerlos disponibles en la etapa posterior a la clase y durante las actividades de intercambio con otros docentes, es importante registrar lo que pasó. Esto puede consistir en la crónica de la clase.

Cuando tenga que llevar a su aula alguna de las actividades sugeridas u otras que usted considere más adecuadas, lo ideal es que trabaje con la colaboración de otro colega que presencie la experiencia y tome el **registro** del desarrollo de la clase. Si así no pudiera ser, le conviene disponer de un grabador o bien tomar algunas notas en su *cuaderno de campo* inmediatamente después de la clase (respuestas y reacciones de sus alumnos, intervenciones suyas, imprevistos, etc.). Estas notas lo ayudarán luego a reconstruir la situación y escribir un registro que le permita reflexionar con su tutor sobre lo ocurrido. Ese registro formará parte de su *carpeta*.



En el Anexo transcribimos un artículo de Beatriz Alen¹: El registro de experiencias como instrumento de perfeccionamiento docente, cuya lectura le recomendamos.

1 ALEN, B. (1994) *Jornadas de Capacitación en Lengua*. Ministerio de Cultura y Educación; Plan Social Educativo.

Primera parte

Una misma propuesta, para trabajar con varios grupos



Esta parte del módulo está destinada a que usted lea y analice una propuesta destinada a la enseñanza de múltiplos y de iniciación a la probabilidad, tomando como punto de partida para ambos contenidos, un juego.

Después de haber resuelto varias actividades usted, maestro o director, tendrá que seleccionar algún aspecto a partir del cual diseñar y llevar a la práctica una situación de enseñanza que involucre alguno de esos dos contenidos.

Antes de leer el material en detalle, hojee toda esta primera parte, para organizar su tiempo disponible, de modo de poner en práctica una experiencia con sus grupos de alumnos y llegar a la tutoría con el registro de la clase que desarrolló.

El juego “La pulga y las trampas”, se plantea como un recurso para abordar contenidos de los ejes:

- Número y operaciones: escalas, múltiplos y múltiplos comunes a distintos números.
- Nociones de Estadística y Probabilidad: sucesos posibles, imposibles y seguros.

1. Un mismo recurso para la enseñanza de múltiplos en grados agrupados



Lea el siguiente texto que corresponde a la versión original² del juego “La pulga y las trampas”:

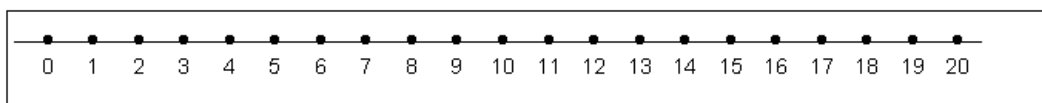
La pulga y las trampas 1° a 6° año

Primera versión

En esta versión del juego y en las siguientes, los niños usan una tira de cartulina en la que están anotados varios números consecutivos empezando con el cero. Sobre algunos números de la tira se colocan una o más trampas. Después cada jugador debe recorrer toda la tira dando saltos iguales. Procuran elegir el número adecuado de espacios que avanzarán en cada salto para no caer en las trampas. En esta versión del juego los saltos sólo pueden ser de dos o de tres espacios.

Material

- § Una bolsa con aproximadamente 20 chapitas, para cada equipo.
- § Una piedrita con la que pondrán la trampa, para cada equipo y una tira de cartoncillo, como la que se muestra, para cada equipo.



aproximadamente un metro de largo por cinco centímetros de ancho. El dibujo puede hacerse en el piso, en vez de usar cartulina.

² FUENLABRADA, I. y otros (2000) *Juega y aprende Matemática*. Ediciones Novedades Educativas. Buenos Aires.

1. El maestro organiza al grupo en equipos de dos a cuatro niños y entrega a cada equipo una bolsa con chapitas, una tira de cartulina y una piedrita.
2. En cada equipo deciden quién será el primer niño que pone la trampa.
3. El niño a quien le toca poner la trampa coloca una piedrita en cualquier número de la tira después del cero. Esa piedrita es la trampa.
4. Los demás niños toman una chapita de la bolsa. Ven dónde está la trampa y cada uno decide si su chapita recorrerá la tira saltando de dos en dos o de tres en tres.
5. En su turno, cada jugador pone su chapita en el número cero y la hace avanzar saltando de dos en dos o de tres en tres, según haya escogido. Si escogió saltos de dos espacios, cuando le toca su turno salta al dos, al cuatro, al seis y así hasta salir de la tira. Si cae en la trampa no podrá seguir.
6. Cuando un jugador logra saltar toda la tira sin caer en la trampa, se queda su chapita. Si no, se queda con la chapita el niño que puso la trampa.
7. Cuando todos han hecho avanzar su chapita, toca a otro niño poner la trampa.
8. El juego termina cuando cada niño ha puesto la trampa dos veces.
9. Gana el niño que se queda con más chapitas.
10. Todos los niños devuelven sus chapitas a la bolsa y siguen jugando.

Segunda versión

Es el mismo juego que el de la primera versión con modificaciones.

1. Se juega con una tira que contenga los números de 0 de 30.
2. El niño que coloca la trampa pone dos trampas en vez de una.

3. Se eligen saltos desde dos hasta siete espacios.

Tercera versión

Es el mismo juego que el de la primera versión con modificaciones.

1. Se juega con una tira que contenga los números del 0 al 40.
2. Se colocan tres trampas.
3. Se eligen saltos desde dos hasta siete espacios.

Cuarta versión

Es el mismo juego que el de la primera versión con modificaciones.

1. Se utiliza una tira con los números del 0 al 50.
2. Se colocan cuatro trampas.
3. Se eligen saltos desde dos hasta nueve espacios.

En las cuatro versiones de este juego, el niño que pone las trampas siempre tiene la posibilidad de bloquear completamente el camino y ganar todas las chapitas, pero esto no se logra pronto. Para lograrlo, los alumnos necesitan desarrollar poco a poco una estrategia que consiste en buscar números que estén contenidos en varias series a la vez.

Actividad 1.1

- Después de haber leído las distintas versiones presentadas por los autores, registre en su carpeta, en una tabla como ésta, qué contenidos específicos se ponen en juego en cada una y qué conocimientos previos considera que tendrían que tener esos alumnos para proponerles esa versión del juego.

Versión	Contenidos que involucra	Requisitos para presentarla
1		
2		
3		
4		

- Responda las siguientes preguntas:
- § En la segunda versión, ¿por qué se ponen dos trampas en lugar de una?
- § En la tercera versión, ¿es posible que gane el niño que pone la trampa si se juega con los números del 0 al 30 y con dos trampas?
- § Analice la complejidad del juego según el número de trampas, los números de la tira y los distintos saltos que pueden elegirse. Registre todas sus observaciones

Para tener en cuenta



Como usted habrá notado, es posible presentar las reglas generales del juego al grupo total de un aula de plurigrado y variar las pistas, o parte de las reglas, para distintos subgrupos de alumnos. En ese caso, conviene tener en cuenta algunas cuestiones básicas antes de planificar la actividad.

§ Al jugar con niños de distintas edades se observa una primera aproximación en la que las trampas son colocadas al azar. No hay anticipación de los movimientos del jugador

contrario y se descubre quién gana o pierde cuando la pulga finaliza, o no, su recorrido.

§ Si se trata de niños pequeños, o que no tienen conocimientos sobre *escalas* o *múltiplos* es probable que el juego no evolucione hacia la búsqueda de estrategias ganadoras y que se mantenga en acciones poco reflexivas. Si esto ocurre es posible que el docente realice alguna intervención que permita problematizar la tarea, por ejemplo, volver a jugar cambiando la conformación de los grupos de alumnos, o dar por terminada la actividad y volver a proponer el juego después de haber realizado otras actividades relacionadas con los mismos contenidos.

Como usted sabe, ninguna propuesta didáctica puede ser trasladada al aula tal como fue planificada por otro docente o presentada en un libro. Si usted deseara trabajar la actividad “La pulga y las trampas” con sus alumnos es importante que considere las características particulares de su grupo. El texto que sigue le permitirá analizar distintas alternativas posibles de ser contempladas para trabajar en plurigrado. También le será útil para encarar la actividad 1.3 de este MÓDULO en la que se le pide que planifique y desarrolle una experiencia con sus alumnos.

En este sentido los distintos ejemplos se presentan con el propósito de brindar un repertorio suficientemente amplio que facilite la adaptación de alguna de las propuestas a su grupo de alumnos. Tenga en cuenta que realizar más de 1 ó 2 actividades utilizando este juego puede vaciar el sentido de la propuesta.

Según el objetivo que se desee alcanzar y los conocimientos previos que tengan los alumnos, se puede organizar la clase de modo que cada subgrupo juegue

con una versión diferente o una adaptación del juego “La pulga y las trampas”.
 Por ejemplo:

Ejemplo 1

Nivel	Versión	Objetivo
1	1	Que los alumnos descubran la escala del 2 y la escala del 3.
2	1	... el concepto de múltiplo.
3	1 – 2	... la existencia de múltiplos comunes a dos o más números

En una situación inicial de enseñanza se puede hacer una puesta en común con los grupos de alumnos que hayan jugado con los niveles 2 y 3 para sistematizar las ideas relativas a **división, divisores** y **múltiplos** descubiertas en el juego.

Ejemplo 2

Nivel	Versión	Objetivo
1	1 con la tira hasta 30	Que los alumnos amplíen la escala del 2 y la escala del 3.
2	1 con la tira hasta 40	Relacionen las tablas del 2 y del 3 con la del 6.
3	2 – 3	Descubran múltiplos comunes a distintos números.



Le recordamos que la organización del grupo total en tres subgrupos, con actividades de distinto nivel, es a modo de ejemplo y no supone un esquema rígido.

Una puesta en común con el grupo total facilitará la sistematización de las ideas relativas a **múltiplos** y **múltiplos comunes** y las **propiedades de la multiplicación** descubiertas en el juego.

Ejemplo 3

En este ejemplo, presentamos una variante del juego que permite abordar otros contenidos.

Ahora la consigna es: "Hay que salvar a la pulga" y el jugador que pone la trampa gana si la pulga no cae en ninguna de las trampas.

El salto que da la pulga se puede dejar a elección, se puede fijar de antemano o se puede intentar salvar a una "familia" de pulgas donde cada una da un salto distinto.

Nivel	Versión	Objetivo
1	1 con una pulga que salta de a dos	Que los alumnos descubran números pares e impares.
2	1 con una tira del 60 al 100 y dos pulgas, una que salta de a dos y otra de a tres.	... criterios de divisibilidad por: 2, 3 y 6.
3	3 – 4 con familias de pulgas.	... la diferencia entre números primos y compuestos.

Conviene hacer una puesta en común con el grupo total para sistematizar las ideas relativas a **divisibilidad** descubiertas en el juego.

Ejemplo 4

Nivel	Versión	Objetivo
1	1	Que los alumnos reconozcan los números que pertenecen a la escala de 2 y la escala de 3.
2	2	Reconocer múltiplos de 2, 3, 4 y 5.
3	3	Reconocer, encontrar múltiplos comunes a distintos números.

Si usted decide implementar alguna de las versiones del juego de "**La pulga y las trampas**", es importante que considere que su observación y el registro del desempeño de los niños durante el juego (qué estrategias utilizan, qué

anticipaciones hacen sobre la posibilidad que tiene la pulga de caer o no en la trampa, qué tipo de argumentaciones elaboran frente a una discusión espontánea,...) le darán elementos para saber cómo se están aprendiendo los contenidos involucrados.

Es decir, usted podrá hacer una *evaluación de sus alumnos sin recurrir a una prueba escrita*. Las conclusiones que obtenga le permitirán tomar decisiones sobre cómo seguir, volviendo a jugar para una mejor comprensión, jugando a una versión diferente o presentando otras alternativas para tratar los mismos contenidos.



Hasta aquí hemos analizado algunas versiones del juego original en las que “la vida de la pulga” depende de los conocimientos sobre múltiplos que tengan los jugadores y, si se conoce la estrategia ganadora, es imposible perder cuando se coloca la trampa.

En el punto que sigue, veremos que si se modifica el juego original y se introduce el azar, el análisis de las alternativas del juego permite distinguir sucesos probables de otros que son sucesos seguros o bien sucesos imposibles.

2. Un mismo recurso para la enseñanza de nociones de probabilidad en grados agrupados



El siguiente texto le permitirá profundizar sobre contenidos relativos a la probabilidad y a su aplicación en la escuela.

Entre lo seguro y lo imposible³

(...) En el Segundo Ciclo de la EGB no se pretende un acercamiento formal a la teoría matemática denominada probabilidad, sino construir bases intuitivas algo más firmes que las que se desarrollan espontáneamente por la propia maduración intelectual de los alumnos y las alumnas y por su contacto con las situaciones de azar. Cabe destacar que la probabilidad puede ser aplicada a la realidad tan directamente como la aritmética elemental, sin que sea preciso el conocimiento de teorías físicas ni de técnicas matemáticas complicadas. (...)

Naturaleza del azar

Esta palabra proviene del árabe: "zahr", una flor que se pintaba en una de las caras del dado, lo que recuerda –obviamente- lo "incierto", lo "indeterminado" a priori del resultado que podemos obtener al arrojar un dado.

Cada experiencia aleatoria tiene dos características:

1. Una variedad de resultados posibles, ya que el *azar* produce indeterminación. Por ejemplo, al tirar un dado puede salir 1 ó 2 ó 3 ó 4 ó 5 ó 6.
2. El resultado depende de influencias no controlables, pero que sin embargo presenta *regularidades*. Al repetir muchas veces la experiencia

³ *Materiales de apoyo para la capacitación docente – EGB2*; Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. 1997.

(por ejemplo 90), la cantidad de veces que se repite cada uno de los resultados posibles se acerca al mismo número, cada cara del dado habrá salido alrededor de 15 veces cada una.

Experimento y suceso aleatorio

Tomando las distintas experiencias que pueden ser realizadas u observadas en el mundo real, podemos distinguir dos tipos:

1. Experimento *determinista*: es aquel que, si al repetirlo se respetan las condiciones de su realización inicial, tiene un único resultado posible. Ejemplo: «Al tirar una moneda al aire, ésta cae.»
2. Experimento *aleatorio*: es aquel que aunque se repita en idénticas condiciones puede dar resultados posibles o efectos diferentes. En estos experimentos, cada uno de sus resultados recibe el nombre de *suceso aleatorio*. Ejemplo: «Al caer la moneda, puede quedar de cara o ceca.»

Es conveniente analizar cualquier experimento aleatorio a partir de las siguientes tres preguntas. En ocasiones, no es fácil contestarlas, pero si lo hacemos nos permitirán aproximarnos a este tipo de experimentos.

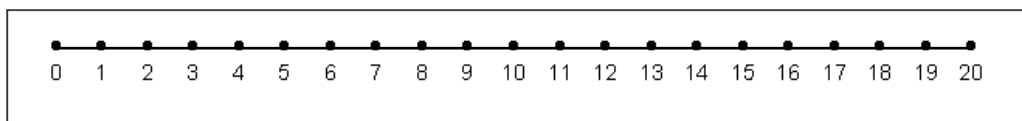
- ¿Cuántos y cuáles son los resultados posibles?
- ¿Son igualmente probables?
- ¿Cuántos y cuáles son los casos favorables?

Actividad 1.2

- Considere una nueva versión de “La pulga y las trampas” en la que se tira un dado o una moneda, para determinar el número de espacios que avanza la pulga en cada salto.

Esta introducción del azar permitirá argumentar sobre la posibilidad que tiene la pulga de caer o no en la trampa.

- ¿Qué relaciones puede establecer entre esta adaptación del juego y los conceptos que se definen en el texto anterior?
- Considere las siguientes situaciones, que pueden ser planteadas a los alumnos, y responda en su carpeta las preguntas que propone el texto anterior, para analizar los experimentos aleatorios.



Nivel 1:

-La trampa se coloca en el 15 y se tira una moneda de modo que si sale cara la pulga avanza dando saltos de dos espacios y si sale ceca avanza dando saltos de tres espacios. ¿Puede salvarse la pulga? ¿Qué ocurrirá si sale ceca? ¿Qué podría pasar si la trampa está en un número par?

Nivel 2:

-En lugar de la moneda se tira un dado modificado con 2, 3 y 4 en sus caras (dos veces cada número) y se ponen dos trampas. “Alejandro dice que él desafía a cualquier jugador, y que está seguro de ganar aunque ponga una sola trampa”.

¿Será cierto lo que dice? ¿Es posible ganar con una sola trampa? ¿Por qué?

Nivel 3:

-Con el mismo dado del nivel anterior y dos trampas. Una trampa está en el 15, si la otra se pone en un número par, ¿es seguro que la pulga caerá en alguna de las trampas? ¿Por qué?

Para tener en cuenta



*Al analizar las situaciones es interesante destacar un doble juego de contenidos, que conviene **tener en cuenta** al planificar esta propuesta para plurigrado.*

Mientras el contenido “sucesos seguros, probables e imposibles” puede ser abordado prácticamente por la totalidad de los niños de la clase, y sistematizarse en una puesta en común del grupo total, los argumentos necesarios para justificar las respuestas implican distintos grados de conocimiento sobre otro contenido, el concepto de múltiplo.

Por ejemplo:

Nivel 1: como el 15 está en la escala del 3, si sale ceca es seguro que la pulga cae en la trampa, si la trampa está en un número par y sale cara, es seguro que cae. (15 es múltiplo de 3, los pares son múltiplos de 2)

Nivel 2: si se pone la trampa en el 12, es imposible que se salve la pulga. (12 es divisible por 2, 3 y 4)

Nivel 3: es posible que caiga en la trampa o que se salve. Por ejemplo: si la trampa está en el 18 y sale 4 se salva, pero si está en el 20 cae seguro aunque salga 2 o 4. (Si un número es múltiplo de 4, es múltiplo de 2, pero no todos los múltiplos de 2 son múltiplos de 4.)

Aclaremos que la posibilidad de abordar un mismo contenido, y compartir una puesta en común, no implica que todos los

alumnos estén otorgando el mismo significado a las palabras que se utilizan. Los niños de primero o segundo año, por ejemplo, distinguen mejor los **sucesos probables** en situaciones de la vida cotidiana que los involucran directamente y pueden tener dificultades para distinguir sucesos seguros o imposibles, ya que el mundo de la fantasía es parte de su "realidad".

Por otra parte, decimos que los distintos grados de conocimiento sobre un mismo contenido resultan evidentes en el caso del plurigrado, pero esto no significa que esta situación sea exclusiva de este tipo de aulas. Cuando desarrollamos un contenido en clase cada niño lo hace propio de manera diferente, aún cuando se trate de un grupo de alumnos de un mismo año. Si bien estas diferencias son muy importantes en el caso de tener grados agrupados, no es posible pensar que exista un "grupo homogéneo".

En este sentido, pensamos como Mario Lodi⁴ que: "En una escuela no competitiva y no transmisiva sólo existen los resultados obtenidos estimulando todas las potencialidades de los niños, no existen fracasos porque dado que no hay limitaciones a las experiencias, tampoco hay objetivos prefijados iguales para todos los niños. No creo que un campesino hable de "fracaso" si los árboles no ofrecen fruta madura todos el mismo día."



Hasta aquí hemos analizado en profundidad variantes de un juego que permite abordar contenidos vinculados con el concepto de múltiplo y con algunas nociones básicas de probabilidad. Ahora le proponemos que elija uno de estos contenidos para planificar y desarrollar una experiencia de aula adecuada a su grupo de alumnos.

⁴ Quince personajes en busca de una escuela. Laia. Barcelona. 1986.

Actividad 1.3

- A partir de lo analizado en los apartados anteriores diseñe algunas variantes del juego “La pulga y las trampas” para aplicar con su grupo de alumnos previendo desarrollarlas en dos o tres horas de clase.



Considere: un tiempo previo para la programación del trabajo, el tiempo de ejecución y algún tiempo después para completar el registro de clase. Por ello le sugerimos que desarrolle la propuesta dejando libre la semana anterior a la próxima tutoría.

- Anote qué contenidos selecciona, cómo organizará el grupo para que todos los alumnos participen, qué consignas y qué materiales utilizará.
- Lleve a la práctica lo planificado y registre tanto el desarrollo de la actividad, como sus observaciones. No olvide explicitar la conformación del grupo escolar.



Recuerde que debe conservar en su carpeta personal la planificación y el registro de la actividad desarrollada, que serán trabajados en la tutoría.

D: Si usted es director, tenga en cuenta que el momento de la planificación es fundamental para articular las propuestas de todos los maestros, para darle un carácter más integrado a las acciones que la escuela realiza. Le proponemos que organice algún encuentro de trabajo previo a la puesta en marcha de las actividades de cada maestro. Será un espacio privilegiado para

el intercambio, la programación conjunta, el establecimiento de criterios comunes de trabajo, etc. Es importante que considere el eje central de esta primera parte del módulo: cómo una misma propuesta, en este caso el juego “La pulga y las trampas”, puede ser utilizada para el trabajo con diferentes grupos de alumnos de una escuela con grados agrupados.

En la tutoría, usted analizará con los demás directores, otras propuestas que se hayan desarrollado en los últimos años en las escuelas, contemplando alternativas diferentes para distintos grupos de alumnos; le solicitamos tome nota de ellas en su carpeta personal para poder compartirlas.

Segunda parte

Distintas estrategias para enseñar un mismo contenido en plurigrado: Una experiencia para la enseñanza de la división



Recuerde que las actividades previstas para esta segunda parte, se refieren básicamente a la lectura y análisis de textos o casos. Hojee este material para organizar su trabajo en el tiempo que medie entre la primera y la segunda tutoría local. El próximo texto presenta el relato de lo sucedido en una escuela rural durante dos clases dedicadas a la enseñanza de la división. Al finalizar la lectura de cada clase, encontrará algunas preguntas para orientar sus reflexiones sobre lo ocurrido.

El caso que presentamos describe dos clases de Matemática que transcurren en una escuela rural bonaerense de grado múltiple, en días sucesivos. Es interesante observar tanto la organización de la clase con trabajo diferenciado para distintos niveles de los alumnos sobre un mismo contenido, como la metodología que emplea la docente para trabajar en algunos momentos con todos ellos sin descuidar las necesidades de cada uno.

Lo que sigue es la descripción del grupo escolar.

La Srta. María Luisa es maestra única y tiene a su cargo un grupo de once alumnos: Julián y Federico cursan primer año, Rosa, Juana y Santiago cursan segundo, Sofía es la única alumna de tercero, Luz y Sebastián cursan cuarto. No hay alumnos de quinto año. Mario, Tobías y Yamila son alumnos de sexto año.

Durante la primera de las clases que nos ocupan, todos trabajaron sobre la operación de división.

La primera clase

Julián (1°) y Federico (1°) habían recibido sobres con siluetas de cartulina que representaban golosinas: Julián tuvo 18 caramelos y Federico, 15 chocolates. La tarea fue repartir las golosinas entre los dos, por partes iguales y mostrar el

resultado en dibujos. Durante largo rato estuvieron comentando sobre los recortes desparramados sobre la mesa. La maestra los había escuchado: ...“los verdes son de menta”,... “a mí me gustan los de leche”,... “los chocolates son todos iguales” y por eso tuvo que intervenir para recordarles que debían repartir las golosinas en partes iguales. Pero los niños querían saber quién tenía más golosinas; ambos las contaron pero para llegar a un acuerdo las pusieron en dos filas enfrentadas haciendo una correspondencia (“hay más caramelos que chocolates”). Era evidente que no se decidían a realizar el reparto pedido.

Mientras tanto, la señorita María Luisa observaba cómo encaraban los alumnos de segundo su tarea. Tenían un mazo de 60 tarjetas para representar otros tantos alfajores que debían ser ubicados en cajas de seis alfajores cada una. Los niños tenían que averiguar cuántas cajas se debían usar. Santiago (2°) opinó que había que hacer pilas de seis tarjetas pero las niñas prefirieron poner las tarjetas como si estuvieran en cajas de seis “para verlas bien”. La maestra las había apoyado diciendo que para ella iba a ser más fácil ver el resultado. Después de realizar la tarea, dibujaron en sus cuadernos lo que quedó formado sobre la mesa.

La maestra les había hecho colocar un cartel en símbolos:

$$60 \div 6 = 10$$

Ellos agregaron la respuesta: “Hay que usar 10 cajas”.

El problema que tuvo que resolver Sofía (3°) consistió en averiguar cuántas cajas de ocho lápices cada una se pueden completar con 740 lápices. Lo que sigue es lo que Sofía escribió en su cuaderno.

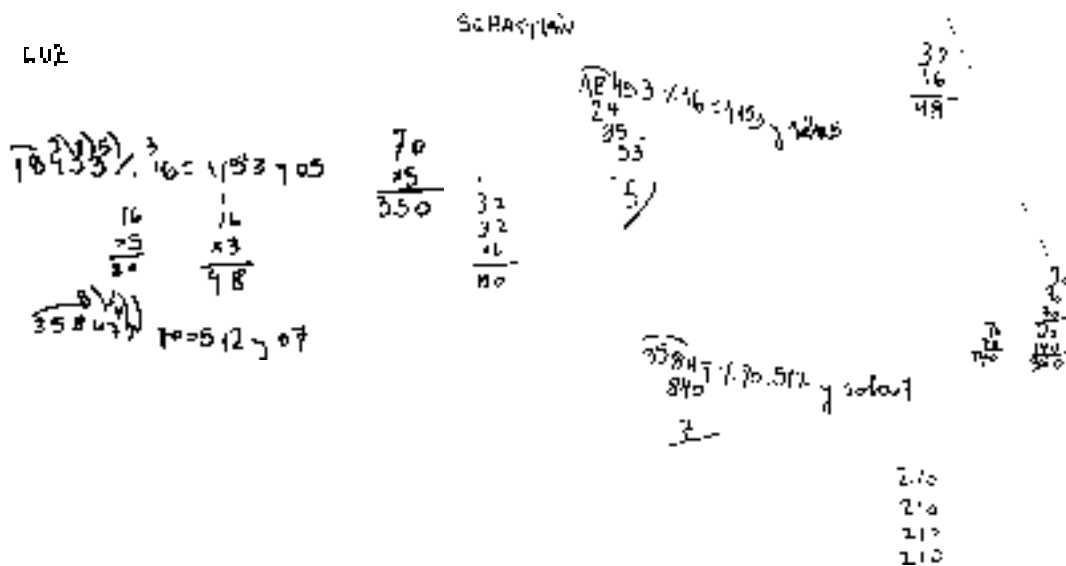
$$\begin{array}{r}
 740 \div 8 = \\
 740 \div 8 = 92 \text{ y sobran } 4 \\
 \begin{array}{r}
 -80 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 10 \\
 660 \\
 -80 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 10 \\
 580 \\
 -80 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 10 \\
 500 \\
 -80 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 10 \\
 420 \\
 -80 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 10 \\
 340 \\
 -80 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 10 \\
 260 \\
 -160 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 20 \\
 100 \\
 -80 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 10 \\
 20 \\
 -16 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 2 \\
 4
 \end{array}
 \end{array}$$

Luz (4°) y Sebastián (4°) hicieron operaciones de división en hojas sueltas que la señorita María Luisa retiró para corregirlas:

$$18.453 \div 16 =$$

$$35.847 \div 70 =$$

Como cada niño resuelve a su manera, se pueden descubrir las estrategias que usaron mirando sus trabajos.



Los alumnos de sexto año estuvieron explorando los efectos de dividir por 0,1, por 0,01, por 0,001, etc. usando calculadoras. Les había extrañado mucho que la división hubiera producido resultados mayores que los dividendos. No se habían animado a escribir esas conclusiones, por temor a haber cometido errores de manipulación en las calculadoras. Entonces la señorita María Luisa les propuso comprobar la validez de los resultados haciendo las operaciones inversas.



Es probable que pese a haber leído con mucha atención el relato que antecede, usted necesite revisar el texto para realizar las actividades que a continuación le proponemos.

Actividad 2.1

Considere las acciones de los alumnos en la primera clase.

- ¿Qué intervención de la maestra aconsejaría usted para encauzar a los alumnos de primer año que no cumplieron la consigna?
- Entre las producciones de los alumnos de segundo año y la alumna de tercero hay semejanzas y diferencias. Estas se manifiestan en el sentido de la división (**agrupamiento** – por ejemplo: «tomar de dos en dos» - **o reparto** – por ejemplo: «repartir entre dos» -), en las estrategias usadas para resolver, o en el rango de las cifras involucradas. Complete los textos que siguen con la palabra **igual** o la palabra **diferente** según corresponda y explique en qué consiste la *igualdad* o la *diferencia*.

El sentido de la operación de división es...

Porque...

La estrategia de resolución de los alumnos es...

Porque...

El rango de las cifras es...

Porque...

- Observe las operaciones de división realizadas con lápiz y papel por distintos alumnos. Para cada uno indique si corresponde a una estrategia principalmente **aditiva** (de sumas o restas) o una estrategia principalmente **multiplicativa**.
- ¿Cree que el uso de la calculadora es un recurso adecuado para la actividad que realizan los alumnos de sexto año? Justifique su respuesta.

Seguramente usted habrá observado que los alumnos que operan con lápiz y papel **resuelven las operaciones sin emplear el algoritmo tradicional**. Eso pone en evidencia que la docente deja que los alumnos elaboren sus propias estrategias basándose en la comprensión del proceso, y también, **que no les impone un procedimiento uniforme de aprendizaje mecánico**. Así cada alumno puede controlar eficazmente sus acciones.

Es probable que usted haya pensado en la necesidad de que las estrategias evolucionen y se vuelvan cada vez más económicas y eficaces.

Actividad 2.2

La Srta. María Luisa analiza las producciones escritas con el propósito de conocer las estrategias de resolución de sus alumnos y poder decidir cuál es la ayuda que más le conviene a cada uno.

- ¿Cree usted que eso podría significar indicarles cómo se desarrolla el algoritmo tradicional? ¿Por qué?
- Si usted pidiera a sus propios alumnos que resuelvan operaciones de división con lápiz y papel, ¿en qué se diferenciarían todas las que lleguen al resultado correcto o no habría diferencias?

Actividad 2.3

- Le será de utilidad, observar qué estrategias ponen en juego sus alumnos al dividir. En algún momento de una jornada escolar, elija las operaciones de división que convengan a sus propios alumnos para que las resuelvan con lápiz y papel en hojas que usted pueda retener. Incluya en su carpeta lo producido y compare las estrategias de resolución que ellos emplean. Reserve sus observaciones para comentarlas en el encuentro con el tutor.



Para organizar la consideración de las producciones de sus alumnos tenga en cuenta el análisis que le ofrecemos a continuación sobre los trabajos de los alumnos de tercero y de cuarto años de la Srta. María Luisa.

Análisis de las producciones

Sofía (3°) usa el producto $8 \times 10 = 80$ para restarlo reiteradamente. Debe ser orientada sobre estimaciones del resultado final más ajustadas, por ejemplo, se le puede pedir que piense si 740 (el dividendo) está más cerca de 80 o de 800, lo que significa pensar si el cociente está más cerca de 10 o de 100 y darse cuenta de que puede usar productos más aproximados del modo en que lo hizo cuando multiplicó por 20. Otra opción es que, como los alumnos de cuarto año, aprenda a organizar el proceso a partir de la composición decimal de la cifra del dividendo y haga estimaciones parciales en lugar de la estimación global del cociente.

Para que esto sea posible es necesario que los alumnos hayan construido los conceptos de **unidad, decena, etcétera**. Este es el caso de Sebastián (4°), que puede considerar un resto de 847 unidades, y obtener 12 para completar el cociente.

Por otra parte, Sebastián necesita fortalecer su confianza en el uso de la multiplicación como recurso más económico que la aplicación de sumas reiteradas. Es probable, como sin duda usted ya habrá pensado, que la práctica frecuente de **cálculos mentales** o de juegos que requieran **productos memorizados** o **reglas como las de multiplicar por 10, 100,...** lo ayuden en ese sentido.

Luz (4°) muestra un manejo más evolucionado del procedimiento que su compañero: estima con acierto, hace multiplicaciones adecuadas, calcula restos mentalmente y los anota por encima del dividendo, marcando con arcos la cifra compuesta. Su trabajo resulta de la comprensión del proceso. Solo necesita ser orientada acerca de la escritura para que resulte reconocible en un medio social donde seguramente lo que se espera es un dominio de la cuenta o algoritmo tradicional...



El texto que sigue, relata lo sucedido en una segunda clase destinada a trabajar con la división.

La segunda clase

La clase comienza en la galería con una conversación sobre la forma en que los pisos se cubren con baldosas. Participan todos los niños menos Yamila (6°) y su hermanito Julián (1°), que están ausentes

Señorita María Luisa: -A ver si se fijaron, ¿Qué forma tienen las baldosas de la galería?	
	Todos: -Cuadradas.
	Otro: -Yo vi baldosas chiquitas con más lados en el piso de una iglesia. Parecían redondas.
	Otro: -En la casa de mi abuela son cuadradas pero están puestas de punta, hay blancas y negras.

M. L.: -Ahora que sabemos que hay baldosas diferentes, les pregunto: ¿Sabén qué nombre tienen los que colocan baldosas, azulejos, mosaicos?	
	Varios: -Mosaqueros.-Baldoseros
	Tobías (6°): - Son albañiles.
M. L.: -Sí, pero son especializados, tienen que aprender a poner las baldosas de manera que el piso o la pared quede bien parejo. Se llaman mosaiquistas . Hoy todos vamos a ser mosaiquistas.	

La señorita María Luisa lleva a los alumnos al aula y les anuncia que les dará a resolver algunos problemas en los que se deben cubrir pisos con baldosas cuadradas, poniéndolas en filas de igual número de baldosas cada una, como ocurre en la galería de la escuela. Para organizar la tarea, forma tres grupos que reciben consignas escritas. Un grupo está compuesto por los tres alumnos de 2°, por Sofía, de 3° y por Federico, de 1°; otro, por los dos de 4° y el último, por los tres alumnos de 6°.

Consigna para primero, segundo y tercero:

Con 40 baldosas se quiere cubrir un piso haciendo filas de 6 baldosas en cada una. ¿Cuántas filas se pueden completar?

Al dar la consigna, la maestra les entrega un sobre con 40 cuadrados de papel de color liso y les pide que dejen que Federico (1°) haga grupos de seis baldosas y ponga una cruz por cada grupo en una hoja en blanco. Los demás deben usar los grupos para mostrar el piso sobre una hoja de papel de diario, registrar con un dibujo en su cuaderno y escribir la respuesta a la pregunta.

Consigna para cuarto:

Un albañil debe cubrir un piso de 12 baldosas de ancho. Dibujen el piso más grande que puede hacer si dispone de 150 baldosas. ¿Cuántas baldosas tiene de largo? Anoten la respuesta

junto al dibujo.

Estos niños reciben hojas de papel cuadriculado.

Consigna para sexto:

¿Qué piso rectangular se puede cubrir con 60 baldosas, sin que sobre ninguna baldosa? Si encuentran más de una solución, anótenlas todas indicando cuántas baldosas hay en el largo y cuántas baldosas hay en el ancho del piso que encuentren.

La señorita María Luisa les dice que para ayudarse pueden usar cuadrados de papel de un taco que les ofrece o pueden dibujar en una hoja de papel cuadriculado.

Después, indica en general que todos tomen sus cuadernos o carpetas para escribir lo que sea necesario con la fecha del día y un título común: *Problemas sobre pisos embaldosados*. Como los niños de 4° y los de 6° se muestran tranquilos cumpliendo estas instrucciones, ella va a ubicarse con el grupo de los más pequeños donde trata de que se pongan a trabajar: Federico (1°), agrupa los cuadrados de a seis y, con el control y ayuda de la maestra, pone una cruz en una hoja de papel por cada grupo que hace, hasta que se queda con solo cuatro cuadrados en la mano. Después, trata de escribir trabajosamente el resultado: "6 grupos de 6 y sobran 4". Los demás, que han estado escribiendo la fecha y el título en el cuaderno ven los grupos formados sobre la mesa y se disponen a usarlos para formar el piso que les pide la consigna. Sofía (3°) se encarga de organizar las acciones de los más chicos: "Cuenten si en cada grupo hay seis baldosas y pónganlas en fila sobre esta hoja de papel de diario". Poco a poco, a veces ayudándose y a veces estorbándose, los niños colocan y pegan las filas de baldosas.

Los alumnos de 6° empezaron por pensar soluciones cada uno por su cuenta tomando hojas de papel cuadriculado para dibujar rectángulos. Después de un rato, comparan sus trabajos y hablan sobre lo que hizo cada uno. María Luisa se acerca y les propone que organicen una tabla donde figure cada rectángulo dibujado por cualquiera de los dos con su largo y su ancho.

Los alumnos de 4° están algo desorientados porque no saben si tomar las

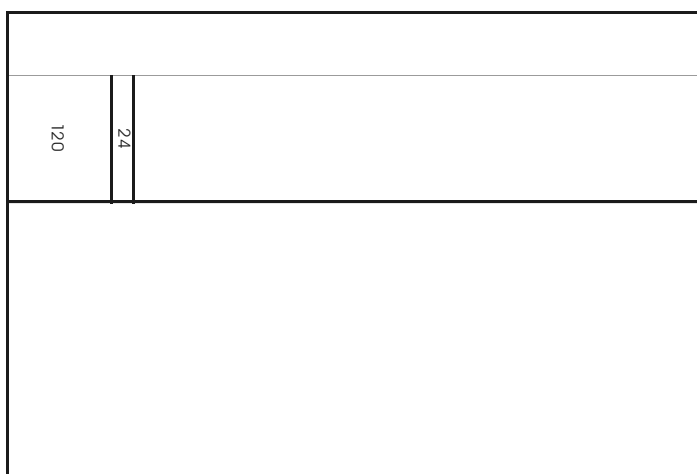
hojas a lo largo o a lo ancho. Cada uno tiene la suya pero entre los dos deciden usar la hoja apaisada. Finalmente cuentan 12 cuadrados desde la línea del margen de la hoja y trazan una raya paralela. Sus voces son casi un murmullo porque cada uno solo está pensando en voz alta: "Hay que contar cuadrados hasta llegar a 150", "12 y 12 son 24", "10 veces 12 son 120".

Luz (4º) anota en borrador las operaciones que realiza:

$$12 \times 10 = 120$$

$$12 \times 2 = 24$$

$$120 + 24 = 144$$



Sebastián (4º) hace franjas de 2 cuadrados de ancho Después, escribe aparte la suma $24 + 24 + 24 + 24 = 96$. A continuación dibuja dos franjas más y aparte, suma $96 + 48 = 144$. Cuando Luz y Sebastián comparan sus resultados están de acuerdo en que el piso tiene 12 baldosas de largo.



Después de media hora de trabajo, María Luisa pide que cada grupo muestre cómo resolvió la situación que le planteaba su consigna.

Los más pequeños muestran el piso que realizaron sobre la hoja de papel de diario mientras Sofía (3°) lee la consigna en voz alta. Federico (1°) pide que los demás miren su hoja de papel donde las 6 cruces indican que contó 6 grupos de 6 baldosas para que los otros las tuvieran listas para poner en el piso.

	Luz:(4°) -¿Esto qué es? (señala las cruces)
	Federico (1°): -Baldosas.
	Luz: -¿Cuántas baldosas?
	Federico: -Mmmm... cuarenta.
M.L.: -¿Cuántos grupos llegaste a hacer?	
	Federico: -¿?
M.L.: -A medida que hacías grupos, ¿qué ponías en el papel?	
	Federico: -Una cruz.
M.L.: -¿Y cuántas cruces hiciste?	
	Federico: (cuenta en voz alta) -1, 2,... 6.

Todos festejan las respuestas y miran el piso armado sobre el papel de diario.

	Sebastián (4°): -Hicieron seis filas de seis.
	Mario (6°): -¡Claro! Si Fede hizo 6 cruces, tenían que ser 6 filas.
	Sebastián: -¿Y los que sobran?
	Rosa (2°): -Están sobre la mesa. Son cuatro.
M.L.: -¿Qué operación escrita en símbolos hay que hacer con los datos para obtener la respuesta al problema?	
	Algunos chicos: -De dividir.
	Sofía (3°): -Yo la escribo (lo hace sobre el diario) $40 \div 6 = 6$ y sobran 4.

Luz y Sebastián explican la consigna a todos los demás y muestran las hojas donde dibujaron.

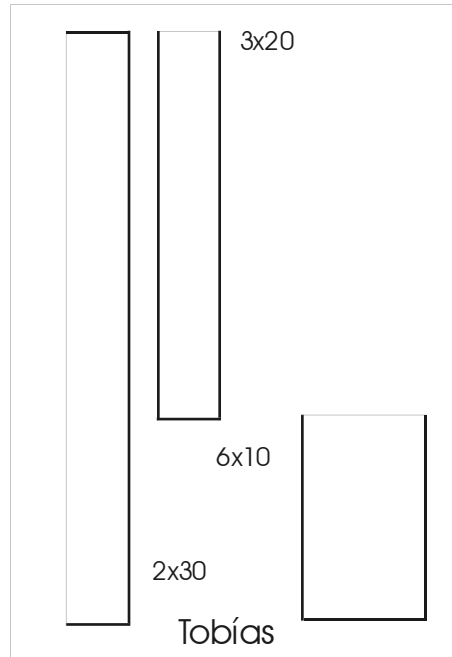
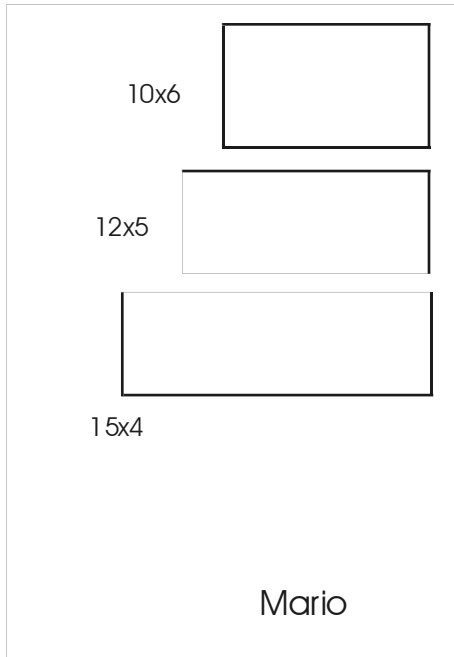
M. L.: -¿Cuál es la respuesta?	
	Los dos: -Son 12 filas y sobran 6.
M. L.: -¿Qué operación hay que hacer con los datos 150 y 12 para obtener el resultado?	
	Los dos: $-150 \div 12 = 12$ y sobran 6.

Tobías (6°) observó que con cuentas diferentes y dibujos diferentes habían obtenido el mismo resultado y María Luisa aprovechó para señalar que aunque la cuenta era de dividir se podía hallar la solución por medio de sumas o con multiplicaciones.

Los alumnos de 6° leyeron su consigna y mostraron sus dibujos de pisos de 60 baldosas y explicaron que habían numerado los que resultaron diferentes y que les faltó espacio para dibujar el de 1 por 60.

La tabla que les pidió la señorita María Luisa era única porque la hicieron entre los dos.

Piso	Largo	Ancho
1	10	6
2	12	5
3	15	4
4	20	3
5	30	2
6	60	1



M. L.: -¿Qué título le pueden poner a la tabla?	
	Mario (6°): - Pisos de 60 baldosas.
M.L.: -¿Cómo habría que calcular el ancho de uno de estos pisos, sabiendo el largo?	
	Tobías (6°): -¿Cómo?
M. L.: -Si te dijeran que el ancho tiene 8 baldosas, por ejemplo, ¿cuál sería el largo?	
	Mario: -No puede ser. No hay ningún número que dé 60 multiplicado por 8.
	Tobías: -¿Y con la calculadora?
	Luz (4°): -A ver... Da 7,5.
	Mario: -Pero, ¿cómo se entiende 7,5 baldosas?
	Luz: -Bueno, podrías cortar una baldosa por la mitad, ¿no?

<p>M. L.(mirando su reloj): -Creo que todos podemos estar contentos con el trabajo de mosaiquistas que hicimos hoy. Vamos a agregar una pregunta a cada grupo para que la piensen en casa. Comentaremos las respuestas en la próxima clase. Copien en los cuadernos.</p>	
--	--

La señorita María Luisa va al pizarrón y escribe:

Sexto a). Construir un piso que tenga 8 baldosas en el ancho y 7,5 en el largo, con cuadrados de papel.

b). Para armar un piso cuadrado de 60 baldosas, ¿es útil cortar baldosas por la mitad o en cuartas partes?

Cuarto. ¿Cuál es el mayor piso de 15 baldosas en el ancho que se puede construir con 1000 baldosas?

Tercero. ¿Cuál es el ancho del mayor piso que se puede construir con 300 baldosas si debe tener 28 baldosas de largo? Anotar cuántas baldosas tiene en el ancho.

Segundo. Con 35 baldosas, hay que armar un piso de 5 filas, ¿cuántas baldosas deberá tener cada fila?

Los alumnos tomaron nota y salieron al recreo.

Actividad 2.4

Considere el desarrollo de la segunda clase.

- Todos los problemas propuestos por la docente aluden a un contexto geométrico. ¿Cuál es la figura involucrada? ¿En qué pudo ella haber facilitado u obstaculizado el trabajo de los alumnos?
- Analice en cada uno de los problemas si se dan o no, los datos de la lista que sigue:

- 1) Número de baldosas usadas para cubrir un rectángulo,
- 2) Número de baldosas que se colocan en el ancho,
- 3) Número de baldosas que se ponen en el largo.

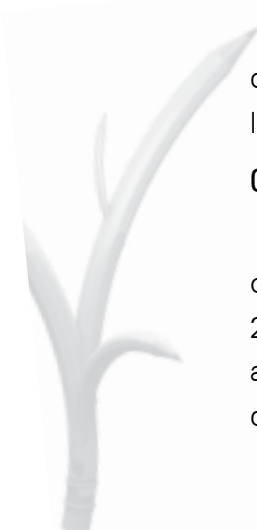
¿En qué se diferencia el problema de 6° de los otros dos?

- Las que siguen son estrategias que los alumnos ponen en práctica para resolver divisiones. Anote quién o quiénes aplicaron cada una de ellas.

- 1) Diseño aditivo sobre una representación gráfica
- 2) Diseño multiplicativo sobre representación gráfica
- 3) Uso de un medio tecnológico
- 4) Proceso mental
- 5) Uso de material concreto

¿Qué tienen en común y en qué se diferencian las propuestas de trabajo para los tres grupos de alumnos?

Para tener en cuenta



Cuando usted reflexione sobre algunos aspectos del enfoque didáctico del desarrollo de la segunda clase, **tenga en cuenta** las observaciones que siguen.

Observaciones

El trabajo de los alumnos se inicia a partir de que la docente organiza el grupo escolar en tres niveles: nivel 1 (1°, 2°, 3°), nivel 2 (4°) y nivel 3 (6°), y a cada nivel le propone un problema diferente aunque, según usted puede haber observado, tienen cosas en común:

- el contexto real es el mismo: pisos rectangulares que se

cubren con filas de baldosas, lo que facilita las estrategias de resolución con el apoyo de representaciones gráficas; también se favorece la comunicación de resultados, al disponerse de un lenguaje ligado al contexto.

- las preguntas apuntan a movilizar la operación de división. En todos los casos el número de baldosas para cubrir es un dato conocido.

- la diferencia de los niveles se manifiesta de distintos modos:

- entre el nivel 1 y el 2, la diferencia está en el rango de las cifras.

- en el nivel 3 se destaca la complejidad que da el hecho de que los alumnos de 6º tienen que hacer elecciones de alguno de los datos no conocidos para establecer soluciones que admitan distintas posibilidades y además, tenerlas en cuenta a todas ellas.

Actividad 2.5

- La formulación de resultados favorece el intercambio de los que saben menos con los que saben más y recíprocamente.

Señale alguna situación en que los alumnos mayores aportan a los conocimientos de los alumnos menores.

¿Hay alguna situación en que se observe lo recíproco?

- La docente, ¿logró recuperar los saberes que habían circulado durante el trabajo de investigación o durante la formulación de resultados y enunciarlos para que todos tomaran conciencia de ellos? Si fue así indique cómo lo hizo, si no, imagine cuáles hubiera recuperado usted para el grupo total o para los niños de cada nivel en particular.

Para tener en cuenta

Al finalizar su consideración acerca de lo ocurrido en el transcurso de la segunda clase, **tenga en cuenta** estas observaciones que le ofrecemos a continuación

Observaciones

Usted debe haber advertido que en esta clase la docente tuvo especial cuidado en la forma de implementar tanto la presentación de los problemas como la formulación de resultados. En los dos casos, se destaca la preocupación por atender a la diversidad. El tiempo no fue suficiente como para que ella pudiera hacer una institucionalización de saberes frente al grupo total o por cada nivel de trabajo. Las intervenciones sagaces de algunos alumnos, como Tobías que observa que distintos procedimientos conducen al mismo resultado, no son suficientes para que esto quede legitimado como un logro para los demás.

Los niños del nivel 1 deben tomar conciencia de la expresión simbólica que sintetiza su acción de cubrir un piso con 40 baldosas en filas de 6 -salvo Federico (1º) que no puede hacer más que ir asociando un procedimiento de conteo a la acción de agrupar-. En cambio Sofía (3º) puede participar con Luz (4º) y Sebastián (4º) del análisis de las representaciones gráficas de estos últimos y compartir la discusión sobre el procedimiento aditivo o el procedimiento multiplicativo y la mayor eficacia. de uno sobre otro.

En ningún caso conviene que el docente enuncie las conclusiones ante los alumnos sin darles previamente la oportunidad de que cada uno compare sus producciones con las de otros niños. Lo importante es orientarlo para que él pueda verificar junto con sus compañeros si sus soluciones son correctas y de este modo logre aumentar su confianza en lo que es capaz de hacer. Además, alguno puede beneficiarse al

conocer estrategias de sus pares que lo lleven a mejorar las propias.

Los alumnos de 6º deben descubrir que todos los pares de números de la tabla presentan regularidades que, una vez detectadas, pueden ser tema para una institucionalización por parte de la docente. Aunque es necesario destacar:

La palabra del maestro **enseñando** debe ser la culminación del proceso ocurrido durante la clase. No puede faltar, lo que hace necesaria **la institucionalización** y no es aconsejable que ella preceda a la actividad de los alumnos.



Hasta aquí usted ha trabajado, a través de las dos partes del módulo, con diversos contenidos matemáticos que resultaron un apoyo para reflexionar acerca de aspectos metodológicos, en particular con los que se relacionan con la tarea docente en aulas de grados múltiples.

Esperamos que esta tarea le haya resultado útil y amena. Lo invitamos a que resuelva las actividades de cierre.

Actividades de cierre

1

En la primera parte del Módulo usted analizó cómo pueden ser abordados distintos contenidos, o un mismo contenido con distintos niveles de profundidad, modificando las reglas y los materiales del juego “La pulga y las trampas”.

- a) ¿Qué tipo de modificaciones en el juego permite abordar como contenido las nociones de probabilidad? ¿Qué tipo de modificaciones en el juego permite abordar un mismo contenido con distintos niveles de profundidad?
- b) Elabore una versión del juego que tenga como objetivo descubrir el criterio de divisibilidad por 5.
- c) Considere la siguiente versión del juego:

Materiales: una tira con los números hasta el 50 y un dado modificado con los números 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Reglas: Un jugador pone una trampa y otro tira el dado para determinar el salto que da la pulga. Si la pulga cae en la trampa, el que la puso gana un punto.

Si un alumno de 5º año tiene que poner la trampa y sólo puede elegir colocarla en el 30 o en el 40, ¿qué número elegiría?, ¿por qué?

2

Al leer el enfoque metodológico del área usted encontró una secuencia de etapas propuestas para la enseñanza.

a) Explique qué significa para usted cada una de las etapas en relación con el grado múltiple:

- presentación de un problema,
- investigación individual y en pequeño grupo,
- formulación y presentación de resultados,
- síntesis e institucionalización,
- evaluación.

b) La segunda clase de la señorita María Luisa tuvo un desarrollo comparable con la secuencia de etapas mencionadas en a)

- ¿qué etapas se cumplieron en el transcurso de la segunda clase?
- ¿qué etapas no se cumplieron?

c) Si usted fuera la señorita María Luisa, ¿cómo planearía su acción futura para completar la secuencia, teniendo en cuenta que necesita contemplar las diferencias de nivel en el plurigrado?

Orientaciones para la autocorrección

CLAVES



- a) Al revisar nuevamente las versiones de «La pulga y las trampas» se puede observar que cuando se modifican la cantidad de trampas, el largo de la tira, los números involucrados, estas modificaciones permiten abordar un mismo contenido con distintos niveles de profundidad o de complejidad. En cambio, introducir el uso de dados o monedas, constituye una modificación que involucra un contenido distinto a partir de la presencia del azar.
- b) Para diseñar una versión del juego que permita descubrir cuando un número es divisible por cinco, podrían plantearse algunas opciones según la cantidad de trampas y el rango numérico de la tira. Por ejemplo, se podrá pensar en dos o más trampas, y una tira hasta el 50 o el 100, en la que haya que atrapar a dos o más pulgas que saltan de cinco en cinco.
- c) Es fácil ver que en un caso la pulga tiene más probabilidades de caer en la trampa. Si la trampa se coloca en el 30 hay cuatro casos favorables (que salga 2, 3, 5 ó 6) sobre seis casos posibles (2, 3, 4, 5, 6, 7) y si la trampa se coloca en el 40 las probabilidades son menores, tres casos favorables (2, 4, 5) sobre seis posibles.



Los comentarios que siguen lo ayudarán a su autocorrección.

Al analizar el desarrollo de la clase de la señorita María Luisa, se puede observar que la **presentación del problema** fue consecuencia de una cuidadosa planificación donde ella tuvo en cuenta varios aspectos:

- Las situaciones planteadas no involucraban la aplicación automática de un

procedimiento previamente practicado; no se trataba de simples ejercicios repetitivos, los alumnos tuvieron dudas iniciales y después de reflexionar sobre lo que se les proponía lograron llegar a una situación clarificada.

- La maestra agrupó la clase en tres niveles y le adjudicó una tarea distinta a cada uno de modo que se aseguró que todos tuvieran un problema cuya solución no fuera inmediata pero sí alcanzable con sus saberes previos.
- Cada grupo disponía de distintos recursos para apoyar sus acciones: materiales concretos, hojas de papel cuadriculado.
- Todos los problemas se referían al mismo contexto - cubrir pisos rectangulares con baldosas - para facilitar la comunicación de los resultados de cada grupo al resto de la clase.

Las acciones realizadas por los niños: armar un piso sobre papel de diario, dibujar sobre papel cuadriculado, hacer operaciones aritméticas, todo eso ilustra las estrategias que los niños pueden aplicar durante la **investigación** que realizan para resolver el problema.

Al terminar el trabajo de los alumnos la maestra organizó una puesta en común con la participación de todos ellos quienes, por turno, no solo enunciaron resultados numéricos; describieron sus procedimientos, mostraron sus producciones y compartieron sus ideas con los demás. Nada ayuda más a la estructuración del pensamiento propio y del ajeno que la **formulación** detallada y completa del proceso reflexivo desarrollado para resolver la situación.

Ya se señaló que durante la clase analizada no hubo tiempo para la **institucionalización** de los saberes que circularon durante la interacción de los niños con los problemas.

En el momento de dar por terminada la puesta en común, la maestra hace un comentario muy general que revela su apreciación sobre el desarrollo de la clase: «creo que todos podemos estar contentos con el trabajo de mosaiquistas que hicimos hoy». Eso no constituye una verdadera **evaluación**, para que lo fuera debía haberse provocado que cada niño diera su propia opinión.



Anexos

SUGERENCIA DE LECTURAS Y ACTIVIDADES

Si usted está interesado en profundizar sus conocimientos acerca de algunos de los temas desarrollados en el curso, en las páginas siguientes encontrará una selección de breves lecturas y sugerencias de actividades para trabajar en las aulas que esperamos sean de su interés.

Queremos destacar que los recursos y las actividades que le sugerimos tienen como propósito apoyar su tarea. Si usted considera que no son adecuadas para su grupo de alumnos, puede modificarlas o elegir otras que le parezcan más apropiadas.

El registro de experiencias como instrumento de perfeccionamiento docente¹

QUÉ ES REGISTRAR

Registrar es una herramienta fundamental para el trabajo de perfeccionamiento docente.

Permite:

- conservar los aspectos más significativos de una experiencia (construir la memoria documentada del quehacer docente);
- retrabajar las prácticas centrando la reflexión en las situaciones que resultaron problemáticas;
- descubrir nuevos cuestionamientos a partir de un material que ha objetivado esas prácticas;
- comunicar experiencias, dudas, hallazgos, con lo cual la singularidad de la práctica docente adquiere valor colectivo;
- contar con un texto al que se puede apelar para:
 - profundizar;
 - ejemplificar;
 - buscar soluciones;
 - comunicar a los miembros de una institución las líneas de trabajo que se están implementando;
 - evaluar;
 - elaborar informes;
 - documentar.

Registrar es escribir lo observado y lo vivido durante una determinada situación, sea ésta de clase, de jornada de perfeccionamiento o de reuniones de equipo.

¹ En «*Jornadas de Lengua*» Ministerio de Cultura y Educación; Plan Social; 1994. Bs. As.

EL REGISTRO DE EXPERIENCIAS

El registro puede ser una clase o actividad en la que ha participado la persona que lo realiza; o estar producido por un observador de esa situación particular. También puede tratarse de una reconstrucción realizada poco tiempo después de la experiencia. Como máximo entre las doce y las veinticuatro horas posteriores a la acción.

El registro debe resultar una herramienta de trabajo por la cual los aspectos formales (lugar, fecha, tipografía, etc.) deben aportar su utilidad.

«Una consideración básica a tener en cuenta en el momento de registrar es no confundir opiniones personales con datos observables. En todo registro, además de las descripciones objetivas, estará siempre presente el elemento subjetivo –sensaciones, sentimiento, suposiciones dudas–». Es conveniente que esas apreciaciones aparezcan diferenciadas de alguna manera en el texto del registro (con paréntesis, subrayada, etc.), pues resultan muy útiles e importantes para recuperar vivencias experimentadas en el transcurso de la clase.

TIPO DE REGISTRO

- a) El tipo que presentamos en estas jornadas requiere de un **proceso de aprendizaje del cómo y de qué miramos y escuchamos.**²

Para realizarlo se necesita:

- Identificar datos: con qué textos se trabajó, en qué grado, cuál es el proyecto en que se inscribe la experiencia que se registra. Por ejemplo: «Los alumnos de 2º año están preparando entre todos, desde hace varios días, un fichero de animales...».
- Ser sensible a aciertos indicios (gestos de los niños, miradas de interés, intercambios, ritmos que va tomando el trabajo, modificaciones del clima grupal). Por ejemplo: «Delfina (burlona): -Sí, en el álbum de figuritas lo leímos. Doc.: Ya se empezaron a pelear...»
- Reorganizar datos e indicios mientras se registra para ir planteando alguna o algunas hipótesis de lo que está ocurriendo.

²Magaldi, S.; García, G.; Alen, B.: *Ateneos didácticos*. Módulo 0 DCPAD. Sec. De Ed. MCBA, 1994.

- Mantener el foco de atención simultáneamente en:
 - . la tarea;
 - . el proceso grupal;
 - . las dificultades que aparecen;
 - . la resolución de esas dificultades.
- Todo esto exige una práctica sostenida de la observación y el registro.³
- b) Existe **una propuesta relacionada con el registro que resulta valiosa como estrategia de análisis de la práctica docente, y útil como paso previo** para llegar a la implementación del modelo anterior.

Dice Rodrigo Vera:

«Mediante la auto-observación, mutua observación y observación por parte de una persona extraña se procura elaborar un registro de un tiempo determinado sobre aspectos cotidianos de la práctica docente (...)

(...) La observación, en este caso, podría ser caracterizada como una observación abierta por cuanto intenta registrar el máximo de aspectos ligados con la interacción seleccionada.⁴

La unidad del objeto observado se encuentra limitado por el tiempo de observación y no por la prescindencia de factores o elementos discriminados por un marco de observación previamente definido. Es decir, se trata de registrar todo lo que se pueda durante un lapso predeterminado y no sólo aquello que se circunscribe a lo que nos interesa analizar, en nuestro caso los procesos de lectura.

³ Ana Quiroga señala a propósito de la tarea del observador de grupos: «La tarea de observación consiste en registrar datos, indicios que permitan establecer las hipótesis de desarrollo de un grupo, de su relación con sus objetivos, de las dificultades que surjan en la tarea, la resolución de dificultades, etcétera.»

⁴ Se refiere al grupo de maestros que analizan su propia práctica en talleres de educadores.

(...) En este sentido se trata de observar con un máximo de «ingenuidad» en función de que será el grupo el que posteriormente concentrará su mirada y profundizará los antecedentes aportados por el registro (...)

(...) La observación externa e interna aportada por el propio actor constituye así un primer material de investigación que será trabajado posteriormente en forma grupal.⁵

En estos términos la técnica de observación “ingenua” o abierta adquiere racionalidad y validez por el uso que el grupo hará posteriormente del registro elaborado.⁶

POR QUÉ REGISTRAR

Por todo lo señalado, **el registro de experiencias constituye a la vez un instrumento y un resultado del perfeccionamiento docente.**

Se aprende el registro, en el registro y del registro.

- Sólo registrando se aprende a registrar.
- Cuando se registra se aprende de lo que se va viendo y escuchando.
- Cuando se relee el registro y se analiza reflexivamente su contenido, se amplía la comprensión de las prácticas de enseñanza y de los procesos de aprendizaje, se profundizan conceptos, se encuentran alternativas útiles para superar dificultades, se rescatan y conservan los logros y aciertos.

El registro es una herramienta imprescindible que le permite al maestro entrar en un diálogo riguroso y sistemático con su propia práctica de enseñanza.

⁵ Se refiere a la interacción aúlica.

⁶ Vera Godoy, Rodrigo; Brasil: 1979.

El algoritmo de la multiplicación

A continuación transcribimos un fragmento de Gerhard Walther: (*)

Enseñanza por escrito de la multiplicación en el grado 3ero.

Los niños ya estaban familiarizados con la multiplicación por una cifra.

El objetivo era ahora, introducir el algoritmo de la multiplicación escrita por multiplicadores de dos y de tres cifras. Comenzamos con un problema estrechamente relacionado a los estudios del medio ambiente recientemente realizados por los niños. El problema era:

¿Cuántas horas hay en un año?

Dentro del contexto de su trabajo previo este nuevo cálculo constituía obviamente, un problema para los niños ya que no disponían de ningún algoritmo sencillo a mano para emplear. En cambio, ellos tenían que construir por sí mismos y utilizando sus conocimientos previos una herramienta que sirviera para realizar la tarea.

En la enseñanza tradicional, el maestro habría tenido que enseñar el algoritmo de la multiplicación por medio de ejemplos, hubiera explicado las reglas y, poco después, los niños habrían imitado el procedimiento para efectuar la misma tarea. Pero, haciéndolo así: ¿habrían logrado alguna vez, captar el sentido de este algoritmo?

Observemos lo que sucedió realmente en la clase; casi todos los niños lograron, en definitiva, la respuesta correcta: 8.760 horas. Pero, lo que resultó realmente interesante fue la variedad de caminos por los cuales llegaron a resolver el problema.

(*) Walther, G. (1983) *La actividad matemática en un contexto educativo*. En *Estudios en Educación Matemática*. Volumen 3, UNESCO

Surgieron, esencialmente cinco tipos diferentes de solución:

Solución 1: Utilizando únicamente la adición. El número de días del año, 365, se escribe en columna 24 veces y efectuando la suma se encuentra el resultado, es decir 8.760.

Solución 2: Se descompone el número de horas del día, es decir, 24, en la suma

$$10 + 10 + 4$$

y se multiplica el número 365, sucesivamente por 10, por 10 y por 4. La suma de los tres productos obtenidos da la misma respuesta correcta.

Solución 3: En esta solución el número 24 se descompone en

$$20 + 4.$$

Se multiplica, después, 365 por 20 y por 4; y se suman los dos productos obtenidos.

Solución 4: El número de días del año se descompone en

$$300 + 60 + 5$$

y se descomponen 24 en

$$20 + 4$$

y se multiplica 24 sucesivamente por 300, por 60 y por 5 sumando, finalmente, los tres productos.

Solución 5: Esta solución implica una doble descomposición. Se descompone 365 en $300 + 60 + 5$ y se descompone 24 en $20 + 4$. Se calculan los seis productos, 300×20 , 60×20 , 5×20 , 300×4 , 60×4 , 5×4 . La suma de los seis productos da, una vez más la respuesta correcta, 8.760.

Al terminar la clase, los estudiantes normalistas tuvieron una sensación agradable. Los niños se mostraron interesados en el trabajo y habían trabajado matemáticamente para poder encontrar su propio camino para la solución. Pero el maestro permanente de la clase no compartió este entusiasmo y objetó: «¿Dónde se hizo la introducción sencilla y clara del algoritmo?» «¿Por qué se

gastó tanto tiempo permitiendo a los niños utilizar sus viejos procedimientos?», «¿No hubiera sido mejor utilizar el tiempo enseñando el nuevo algoritmo a los niños?»

En realidad, el fracaso para introducir el nuevo algoritmo constituyó una crítica justificada, pero ¿cómo podría haberse conducido la lección a un buen final?

La proposición de los estudiantes normalistas fue utilizar el trabajo que ya habían realizado los niños. Hubo acuerdo general sobre esto y el objetivo para la próxima lección de matemática fue contestar dos preguntas:

- ¿De qué forma calcularon, realmente, los niños el producto 365 por 24?
- ¿Cómo podría simplificarse ese cálculo?

En la primera parte de esta lección, los niños debían discutir sus soluciones y debían explicar sus propios procedimientos. Ellos tenían que descubrir cómo y por qué sus diferentes cálculos habían funcionado. Tenían que comparar los cálculos en relación con el tiempo insumido, al esfuerzo demandado, a su simplicidad, etcétera.

El maestro estimularía y organizaría esta discusión, pero de forma reservada, para no interferir en la naturalidad del trabajo de los niños. Después de estas consideraciones, el algoritmo corriente se introduciría en la segunda parte de la lección como una forma abreviada de multiplicación que no sería completamente nueva, sino que estaría muy cercana a los métodos que algunos niños habían utilizado. Los niños cuyas soluciones estuvieron más alejadas del algoritmo no fueron considerados en menos, puesto que ellos habían logrado, también, el resultado correcto y sus contribuciones habían entregado interés a la lección.

Aunque los niños no estaban acostumbrados a este estilo de aprendizaje, se adaptaron rápidamente a él y tomaron parte en la discusión. Algunos niños, por ejemplo, criticaron las soluciones «complicadas». Algunos de sus comentarios fueron: «Tu no necesitabas calcular dos veces 365 por 10 (como se hizo en la solución 2); yo puedo hacerlo como 365 por 20; que es más rápido». «Esto está mal, tu no multiplicaste» (refiriéndose a la solución 1).

En este aspecto de la clase, el papel del maestro es lograr que los niños conversen acerca de las actividades que llevaron a cabo y que reflexionasen sobre ellas. En este metanivel, deben aprender también que una tarea matemática

puede ser realizada de varias formas diferentes y estas formas han sido determinadas por los niños mismos, no por los maestros o por el texto.

Otra experiencia, que el maestro debe hacer explícita, es que cada niño puede contribuir a la tarea común y que los niños pueden aprender unos de otros. El maestro tiene que hacer de mediador entre el conocimiento individual (las diferentes formas y los diferentes caminos para llegar a una solución) y el conocimiento común que es necesario para comprender el próximo procedimiento matemático (algoritmo de la multiplicación).

En este proceso y con la ayuda del maestro, se establecen las relaciones entre las diversas formas de cálculo (partes del conocimiento) y el nuevo conocimiento. Fue de esta manera que surgió el conocimiento y que fue *compartido*.

Volviendo al desarrollo de la lección, la discusión se circunscribió finalmente alrededor de la Solución 3. Se consideró el método empleado en ella como el más simple. Los niños reconocieron y recordaron además que ellos «ya habían hecho tales multiplicaciones»; «¿no podríamos combinar ambas multiplicaciones en una sola?».

El estudiante normalista planteó el nuevo problema. Al comienzo, la segunda parte de la pregunta causó mucha confusión. En último término, él hizo explícito que necesitaba «tener solamente dos líneas bajo la barra de multiplicación (en vez de tres)». Varios niños encontraron, sin necesidad de más ayuda, el algoritmo usual.

Aunque lo relatado puede transmitir solamente una impresión fragmentaria sobre todo lo que realmente sucedió, se espera que hayan quedado en claro algunas características de la enseñanza de la matemática.

Los maestros necesitan una «imagen» adecuada de la naturaleza de la matemática especialmente de la actividad matemática.

En el texto convencional (utilizado en la escuela primaria), la cuestión de calcular 365 por 24 es utilizada, en el mejor de los casos, para introducir el algoritmo escrito en forma directa, o como un ejercicio para realizar después de su introducción. Pero en la matemática «real», resulta un acontecimiento raro

encontrar un método ya confeccionado para aplicar a la resolución de un nuevo problema. Y éste es también el caso en la vida diaria.

Cuando surge un problema, debemos tratarlo de forma más o menos ingeniosa, utilizando nuestras propias herramientas mentales y objetivas. Nadie le habrá mostrado antes cómo manipular exactamente aquel problema.

En la lección que se ha descrito, el estudiante normalista estimuló la actividad matemática auténtica con cuestiones corrientes de la asignatura. Se les dio a los niños la oportunidad de recrearse en el pensamiento divergente, de descubrir soluciones "ad-hoc", de interrumpir los procesos rutinarios, de desarrollar o de aplicar estrategias heurísticas (por ejemplo, la descomposición del multiplicador, reduciendo la realización de una multiplicación a la realización de una suma, etcétera), de comunicar, de reflexionar y de argumentar respecto a sus actividades.

El maestro que se propone educar debe confiar en la productividad matemática de los niños, debe tomar con seriedad sus contribuciones. Debe concebir su papel como el de un mediador entre el conocimiento matemático individual y la matemática convencional que él busca que los niños lleguen eventualmente, a dominar.



A continuación ofrecemos algunos comentarios sobre el presente caso.

En el artículo de G. Walter se describe cómo alumnos que nunca habían multiplicado por números de dos cifras, resuelven el producto 365×24 , en el contexto de un problema con distintos tipos de estrategias.

La solución más eficaz se funda en la **propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma**: $365 \times 24 = 365 \times (20 + 4) = 365 \times 20 + 365 \times 4$. Para lograr que los alumnos dispongan de esta forma de descomponer un producto, necesitan experiencias que la movilicen.

Actividades para el aprendizaje de la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma

Desde 3er. Año los alumnos pueden tener vivencias concretas de esta propiedad, sin explicitarla formalmente. Las que siguen son actividades diferenciadas en tres niveles. Entre corchetes figura una intervención posible para orientar el trabajo de los alumnos.

Nivel 1: Victoria dispone de una remera azul. Una blanca, una roja y una verde. Son para combinar con un par de pantalones largos, un par de pantalones cortos y una falda.

- a) ¿De cuántas manera diferentes puede vestirse usando esas prendas? [Organizarlas en un cuadro de doble entrada y escribir la operación aritmética que hay que hacer con los datos para obtener el resultado.]
- b) Si lava la remera blanca y la remera verde, ¿qué posibilidades le quedan?, ¿qué posibilidades se anulan? [Observar el cuadro de a) y diferenciar las columnas que corresponden a cada pregunta, sombrearlas de distinto color y escribir las operaciones que dan cuenta de cada una de esas situaciones.] [Comparar los productos de ambas situaciones: 4×3 de la primera; 2×3 y 2×3 de la segunda proponer que se escriba la igualdad que resulta sumando $2 \times 3 + 2 \times 3$].
- c) Modificar el número de remeras y el número de pantalones. Repetir los pasos a) y b). Comparar cuadros y operaciones aritméticas.

Nivel 2:

- | | |
|---|--|
| <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> <p>• • • • •</p> | <p>a) ¿Cuántas filas? ¿Cuántos puntos por cada fila?
¿Qué operación da el número total de puntos?</p> <p>b) El cuadro de puntos se puede descomponer en dos o más líneas verticales u horizontales. Intentar una descomposición y escribir las operaciones correspondientes a cada parte.</p> <p>c) Una descomposición ¿se puede escribir cómo:
$7 \times 12 = 7 \times 9 + 7 \times 3$? Sí es así muestre el dibujo.</p> |
|---|--|

Hacer que todos los que trabajaron individualmente, presenten las igualdades y que los demás piensen estrategias de control para decidir si están bien, buscar la más económica.

Repetir a), b) y c) con otros productos hasta que se ponga en evidencia la estructura de las igualdades y los alumnos la puedan explicitar con sus propias palabras.]

Nivel 3: [Organizar un concurso de descomposiciones de un producto entre dos números –incluyendo decimales– en el que los alumnos puedan disponer de calculadoras. Gana quien tenga mayor número de descomposiciones correctas.

Indicar que una «descomposición» debe tener la forma

$$a \times (b_1 + b_2 + \dots + b_n) = a \times b_1 + a \times b_2 + \dots + a \times b_n.$$

Por ejemplo: si el producto es

$$0,27 \times 12,5$$

se puede admitir

$$0,27 \times (7,5 + 5) = 0,27 \times 7,5 + 0,27 \times 5,$$

o bien

$$(0,10 + 0,10 + 0,07) \times 12,5 = 0,10 \times 12,5]$$

El almanaque

Las actividades que le proponemos a continuación para un aula con plurigrado se organizan alrededor de **un único recurso material** - el almanaque - aunque los contenidos que pueden abordar los alumnos son distintos según el nivel de los conocimientos que dominen. En particular, estas actividades promueven la necesidad de realizar **cálculos mentales** o por escrito aplicando operaciones elementales.

Materiales

Un almanaque anual.

La actividad

Si usted dispone de un almanaque suficientemente grande, puede iniciar la actividad trabajando con todo el grupo de alumnos.



Haga a los alumnos preguntas del tipo:

- Los números del almanaque, ¿cada cuántos días cambian de renglón?
- Este mes, ¿cuántos días tiene? ¿En qué día de la semana comienza? ¿Hay tantos domingos como jueves? ¿Cuántas semanas completas tiene?
- ¿Qué mes tiene más días? ¿cuál es el que tiene menos?

A través de preguntas de este tipo, los alumnos observarán que cada semana tiene siete días y que la duración de los meses varía entre 28 y 31 días.

**Treinta días trae noviembre
Con abril, junio y septiembre,
De veintiocho sólo hay uno,
Los demás de treinta y uno.**



Si le parece conveniente puede ofrecer actividades diferenciadas para cada pequeño grupo:

NIVEL 1

Para ofrecerles las consignas por escrito, debe haber en el grupo alguno que haya alcanzado suficiente dominio de la lectura, si así no fuera, coordínelos usted o pídale a alguno de los más grandes que trabaje con ellos .

- Hoy es 15 y faltan 4 días para el cumpleaños de Ignacio, ¿en qué día cumple años?
- Hoy terminé el cuaderno que empecé hace una semana, ¿qué día lo comencé?
- Las vacaciones de José comienzan el día 9 y terminan el 27, ¿cuántos días de vacaciones tiene?
- Dentro de 20 días haremos el paseo a la ciudad, hoy es 15 de agosto, ¿en qué fecha haremos el paseo?

NIVEL 2

(Le recomendamos la lectura del Anexo 2 sobre “La multiplicación en el grado 3ero. en el que se relatan actividades de este tipo)

- Buscá en el diccionario “bisiesto”. Escribí su significado
- ¿Cuántas horas hay en el mes de febrero de un año bisiesto? ¿Y en el mes de marzo?
- ¿Cuántas horas hay en un año?

NIVEL 2 (Otra actividad alternativa)

- Marcar en una hoja de almanaque los cumpleaños de todos. ¿Cuántos días faltan para el más cercano? ¿Cuáles están más próximos entre sí? ¿Cuál es el período más largo sin que haya cumpleaños? ¿Qué día elegirían para celebrar el de todos juntos? ¿Por qué?
- ¿Todos los alumnos nacieron el mismo año?
- Ordenen las fechas de nacimiento de todos.

NIVEL 3

A los alumnos más grandes puede darles la siguiente guía por escrito

FEBRERO 2001						
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25

26 27 28

- De esta hoja de almanaque copiá cuatro números que estén ubicados en los vértices de un rectángulo. Por ejemplo:

13	14		6	9		12	18		2	3
20	21		20	23		19	25		9	10

- Sumá los números que corresponden a los vértices opuestos, por ejemplo: $13 + 21$ y $20 + 14$.
- Repetí varias veces la experiencia, ¿qué observás? ¿por qué ocurre eso?
- ¿Ocurrirá lo mismo con cualquier hoja de almanaque? ¿Por qué?

Es interesante observar que si bien todos los niños podrán comprobar que siempre ocurre lo mismo, el nivel de validación de sus respuestas puede ser diferente.

En tal sentido algunos niños piensan que es suficiente con "mostrar", por ejemplo, que

$$7 + 15 = 14 + 8 \quad / \quad 7 + 17 = 14 + 10 \quad / \quad 12 + 18 = 26 + 14$$

Otros intentan verificar que en "todos los casos" la propiedad se cumple tomando, una por una, todas las posibilidades hasta agotarlas. Generalmente desisten antes porque si bien la tarea no es imposible, resulta tediosa y al no encontrar contraejemplos, dan por verificada la propiedad.

Los que alcanzan mayor grado de evolución en su pensamiento matemático pueden observar que la diferencia entre los números de filas paralelas (o de columnas) es la misma. Si usted lo considera adecuado puede sugerirles que la simbolicen, por ejemplo:

diferencia entre filas: Df

diferencia entre columnas: Dc

Llamando a , b , c , y d a los números ubicados en los vértices

a b

c d

Podrán observar que

$$b = a + Dc$$

$$c = a + Df$$

$$d = a + Dc + Df$$

de tal modo que

$$a + d = c + b$$

porque

$$a + a + Dc + Df = a + Df + a + Dc$$

Algunas propuestas de actividades geométricas

En el primer ciclo interesa promover el descubrimiento de las relaciones entre las formas geométricas básicas y los objetos del mundo real. En esta etapa se inicia el análisis del espacio vivido que permitirá, en el segundo ciclo, establecer las propiedades que caracterizan a las figuras, y las relaciones entre ellas.

En este proceso resulta de vital importancia la selección de las situaciones que se ofrezcan a los alumnos dado que, también en Geometría, entendemos que los conceptos adquieren sentido para los alumnos cuando aparecen como herramientas para la resolución de problemas, así sean espaciales o propiamente geométricos.

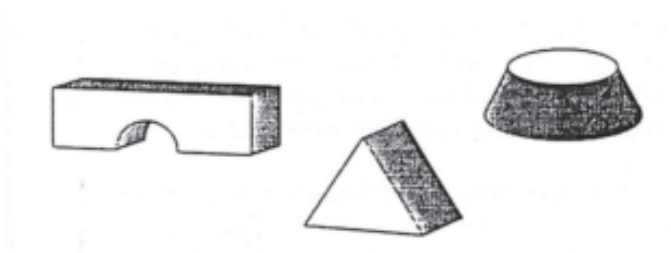
Exploración de cuerpos

Una caja de «maderitas» para hacer construcciones es un material adecuado para realizar exploraciones espontáneas en el transcurso de juegos libres, sin consignas. Lo mismo ocurre con cualquier conjunto heterogéneo de trozos de madera o de algunos elementos estructurados como juegos didácticos.

Importa tener en cuenta su tamaño para facilitar el manipuleo de quien explora. En particular, objetos muy pequeños no convienen a los niños del primer ciclo, que tienen poco desarrollada la motricidad fina.

¿Cómo puede orientarse la exploración?

Nivel 1: En primer término, dirigiéndola hacia las cualidades que se perciben al tacto con relación a los límites o fronteras, lo que da lugar a la incorporación de un vocabulario, en principio desde el lenguaje coloquial, que se corresponda con los descubrimientos. Piezas como éstas son muy útiles:



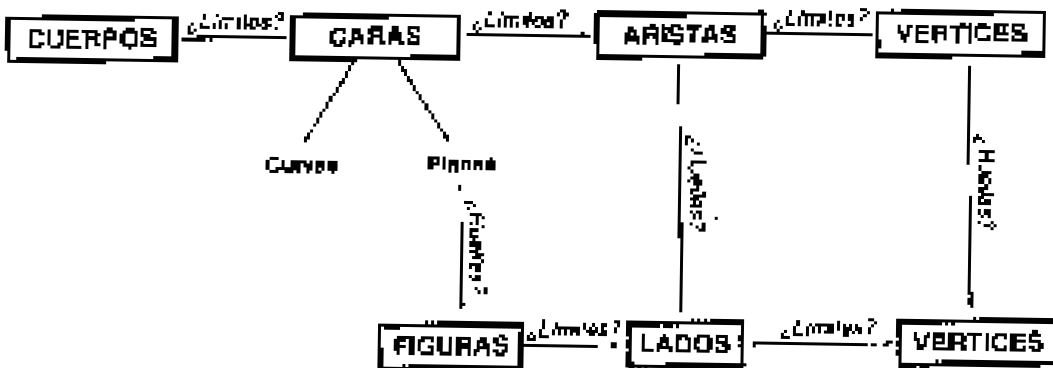
Pasar la mano por lo que limita cada cuerpo conduce a hablar de **caras**, de caras **planas**, de caras **curvas**, según como sea el apoyo del cuerpo sobre una mesa, cuando se elige la cara como base.

Pasar el dedo por los límites de una cara permite reconocer las **aristas**; (bordes para los más pequeños) recorrer una arista de un extremo al otro, dará cuenta de sus fronteras o sea, de los **vértices** (puntas).

Nivel 2: Un segundo paso en la exploración puede originarse en el estampado de caras planas sobre una superficie de arena húmeda o de plastilina suficientemente blanda, de modo de poder examinar sus huellas. También podemos obtener huellas si apoyamos las caras sobre papel y pasamos la punta del lápiz por el contorno de la cara apoyada.

Al estampar las **caras planas** de los cuerpos se obtienen **figuras** limitadas por **lados** –que son huellas de las aristas del cuerpo. Los lados de la figura tienen sus propios extremos: los **vértices** que son las huellas de los vértices del cuerpo.

En resumen:



Nivel 3: Una nueva situación se presenta al estampar aristas y vértices en forma independiente: la simple huella de una sola arista rectilínea permite hablar de **segmento**; la huella de un vértice permite hablar de **punto**.

En este momento aparece la delicada transición en que lo percibido debe dar lugar a lo concebido; **punto**, **segmento**, **semirrecta** o **plano** son nociones puramente ideales cuya adquisición depende de un largo proceso de desarrollo.

Un modo de favorecer ese proceso consiste en «calcar» sobre vidrios o

láminas de acrílico lo que se ve a través de ellos. Por ejemplo, se pueden organizar actividades con el grupo total como las que proponemos a continuación:

- Colocar sobre una mesa un modelo armado con varios objetos. Los niños se sientan alrededor provistos de una placa rígida y transparente sobre la cual cada uno registra exactamente lo que ve en el modelo.

Luego se pide que cada uno imagine y dibuje sobre una hoja de papel lo que cree que ve quien está enfrente de él, del otro lado del modelo.

Las comparaciones entre lo registrado sobre las placas por personas enfrentadas con los dibujos de lo que cada uno cree que el otro ve, conducen a interesantes observaciones sobre los diferentes puntos de vista y su incidencia sobre las formas, los tamaños, y a la lateralidad.

- En los años del segundo ciclo, la comparación de cuerpos entre sí sugiere el señalamiento de diversos atributos, por ejemplo, cada alumno que pueda manipular varios cuerpos, puede realizar observaciones espontáneas:

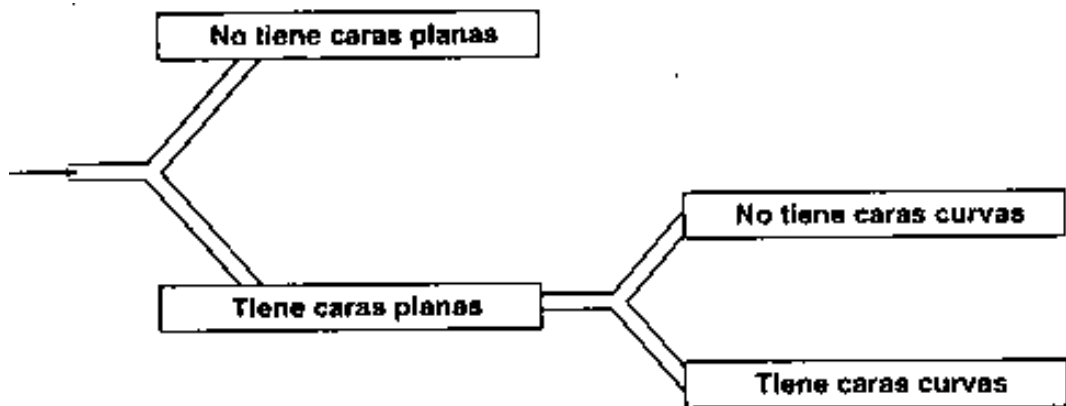
- tiene caras iguales, las tiene todas iguales...
- tiene cúspide y una base, tiene dos bases iguales...
- tiene (6, 8, 12,...) caras,
- tiene vértices,
- tiene ... aristas,
- tiene todas caras planas (o sólo algunas o ninguna), etcétera.

También se puede hacer un trabajo en pequeños grupos:

Cada grupo de alumnos explora un cuerpo distinto –identificado con una letra– y organiza sus observaciones en un cuadro. Conviene promover una puesta en común, por ejemplo a través de «adivanzas» en las que un grupo enuncia los atributos de un cuerpo, o muestra su cuadro, y los demás descubren cuál es.

Se trata de que cada grupo logre enunciar, para cada cuerpo, un número suficiente de atributos que lo caractericen y lo distinguan de los otros.

Otra actividad que se relaciona con la anterior, para un Nivel 3, es la de organizar árboles de decisión, usando las propiedades registradas y sus negaciones:



Al hacer circular los cuerpos por un árbol como éste, se lo puede hacer crecer con bifurcaciones sucesivas observando qué propiedades sirven para establecer diferencias entre ellos.

Quedarán así caracterizadas ciertas clases de cuerpos: poliedros, poliedros regulares, prismas, pirámides, conos, cilindros, esferas.

La idea de volumen y la de superficie circundante de un cuerpo se desarrollan a partir de experiencias como:

- Construcciones con cubos, cajas, bloques, etcétera;
- Desarmado de envases, cajas, etcétera;
- Inflado y desinflado de globos; compresión y expansión de un acordeón;
- Modelado con materiales blandos como plastilina o masa;
- Armado de «esqueletos» de cuerpos con varillas, etcétera.

Para el reconocimiento de distintos cuerpos y figuras puede proponerse:

Nivel 1: ¿Qué huellas dejan las caras de los cuerpos? Comparación de huellas dejadas por distintos cuerpos (prismas rectos, pirámides, cilindros, conos) Denominación y reconocimiento de: cuerpos con caras curvas y/o caras planas; círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos.

¿Quién puede anticipar la forma de la huella y luego comprobar si estuvo en lo cierto?

¿Quién puede hallar el cuerpo e identificar la cara que fue estampada por otro?

Nivel 2: ¿De qué cuerpo podría haberse obtenido esta huella?

Identificación de figuras como caras de distintos cuerpos poliedros. Identificación de distintas clases de triángulos. Denominación y reconocimiento de:

prismas, pirámides; rectángulos, triángulos con o sin lados “iguales”.

Estas actividades también pueden realizarse comparando sombras de distintos cuerpos, o de distintas caras de un mismo cuerpo, manteniendo fija una fuente de luz.

Nivel 3: ¿Qué cuerpo puede construirse usando estas figuras como caras? Construcción de cuerpos utilizando figuras. Identificación de figuras regulares. Denominación y reconocimiento de: prismas rectos, pirámides, cubo, tetraedro, icosaedro; triángulos equiláteros (isósceles y escalenos).

La construcción de rompecabezas y encajes planos por los alumnos más grandes puede dar origen a un rincón de juegos para los más pequeños. También es posible reunir una colección de cajas pequeñas con distintas formas y perforar una caja grande con las huellas de sus caras a modo de “puertas” por las que pueden pasar los cuerpos.



Módulo 2



Estimado colega:

Durante el primer tramo de este curso destinado a directores y docentes de escuelas rurales Usted completó las tareas que le sugerimos en el Módulo 1 y tuvo ocasión de compartir encuentros de tutoría con otros colegas.

En esta etapa nos dirigimos a usted para presentarle el Módulo 2 en el que abordaremos nociones introductorias de Estadística y algunos aspectos de la enseñanza de la Geometría.

Este material incluye:

Introducción

- La pregunta y la Estadística
- El intercambio y los problemas geométricos
- La pregunta y el intercambio en el plurigrado
- Objetivos
- Contenidos
- La estructura del módulo

Primera parte: Las mismas nociones de Estadística para diferentes grupos en plurigrado

- Aspectos particulares del trabajo con datos estadísticos en Primero y Segundo Ciclo de EGB

Segunda parte: Distintos contenidos geométricos en torno a un mismo eje en plurigrado

Lo invitamos a continuar la tarea....



Introducción

Este segundo Módulo aborda dos ejes de trabajo vinculados a temáticas centrales de la enseñanza de la Matemática.

En la primera parte, denominada **“Las mismas nociones de Estadística para diferentes grupos de plurigrado”**, se presta especial atención a los propósitos que orientan la indagación estadística, la recolección y el registro de datos, su representación gráfica y la interpretación de la información obtenida.

Teniendo en cuenta la incorporación de contenidos de Estadística en el diseño curricular de la Provincia, para todos los años de la EGB, es necesario considerar su enseñanza, en función de las particularidades de cada ciclo y las posibilidades de los alumnos.

En la segunda parte, **“Distintos contenidos geométricos en torno a un mismo eje”**, se toma como objeto de reflexión el estudio de un caso mediante un registro de una clase de geometría que pone en evidencia diferentes niveles de conceptualización de los alumnos.

Así como en el primer Módulo se focalizó la mirada en la actuación docente, considerando fundamentalmente la elección de contenidos, en el presente, nos centraremos en el análisis de las intervenciones de los maestros para atender a las diversas posibilidades cognitivas de los alumnos, en el contexto del plurigrado.

En este Módulo se considera la enseñanza de los contenidos previstos vinculados a la Estadística y la Geometría y también la formulación de preguntas y las situaciones de intercambio en el aula como estrategias potentes para adecuarlos a las diferentes posibilidades de los alumnos en cuanto al acceso al conocimiento.

La pregunta y la Estadística

Actualmente es habitual encontrar la presencia de la Estadística en diarios, revistas de divulgación, libros de texto, etc. Las informaciones que ofrecen se presentan bajo la forma de datos numéricos expresados a través de gráficos que es necesario interpretar. En este sentido es necesario reconocer a la

Estadística como una herramienta fundamental para otras ciencias.

La recolección de datos y su representación gráfica constituyen una forma de sistematizar y comunicar informaciones numéricas significativas que ayudan a describir o a comprender situaciones de interés para los niños o hechos que es necesario analizar dentro de cualquier área de conocimientos. Para que los alumnos lleguen a servirse de ellas como instrumentos eficaces es necesario que adviertan que los gráficos muestran sintéticamente masas de información numérica y ponen en evidencia relaciones entre los datos que representan, mucho más difíciles de percibir de otro modo.

En general, el interés por reunir un conjunto de datos y por mostrarlos después organizados en una representación gráfica, puede promoverse a partir de una pregunta que oriente el propósito de la indagación y por lo tanto la interpretación de los resultados que se obtienen después de organizar los datos para obtener información.

El intercambio y los problemas geométricos

En general, promover situaciones de intercambio entre los alumnos, responde a la necesidad de que los niños se expresen en forma oral para explicar lo que hacen y avancen en la elaboración de argumentos sobre las acciones realizadas.

Para ello es necesario dar lugar a situaciones de aula en las cuales esta comunicación cobre sentido. El plurigrado ofrece un espacio particularmente potente para estas oportunidades de comunicación: cada alumno lee e interpreta situaciones más o menos complejas, selecciona los datos que le permitan abordarla y propone una solución. A través del intercambio posterior puede describir los procedimientos que decidió aplicar y se enfrenta a la necesidad de explicar a los otros las razones por las cuales los puso en juego. Esta justificación le permite evaluar la razonabilidad de los resultados a los que llegó y simultáneamente avanzar en la conceptualización de los contenidos involucrados en la actividad. A su vez todos los niños aportan a la construcción del conocimiento de los otros en la medida en que se ponen en juego diversas formas

de resolución, se plantean preguntas significativas y se reciben de los otros las justificaciones de los procedimientos empleados.

Es importante organizar la clase para facilitar el intercambio de ideas entre los alumnos de modo que puedan explicar sus producciones, compartir opiniones y descubrir el punto de vista del otro. En este marco la interacción entre pares resulta productiva en tanto se encuentran caminos que facilitan la construcción del conocimiento.

La pregunta y el intercambio en el plurigrado

En este Módulo podrá analizar algunas alternativas para atender a las reales posibilidades de los diferentes grupos de alumnos, cuando se enseña un mismo contenido o eje temático.

Respecto de los contenidos del eje Nociones de Probabilidad y Estadística, se trata de diseñar las preguntas más adecuadas para cada grupo de alumnos que orienten el sentido de la recolección de información y las formas de representación, dándoles los elementos necesarios para acceder a su interpretación

En el caso de la resolución de problemas geométricos, se promueven los intercambios necesarios para que los alumnos puedan hacer públicos los procedimientos que les permitan avanzar, a cada uno, en las formas de resolución más adecuadas a sus posibilidades.

Tanto la formulación de buenas preguntas como las instancias de intercambio en la construcción del conocimiento, son estrategias válidas para la enseñanza de las diferentes áreas curriculares. En el caso del trabajo en plurigrado, estas estrategias adquieren un valor particular, pues pueden potenciarse, si se ponen en juego en la tarea cotidiana los diferentes modos de abordaje que tiene disponible cada uno de los alumnos.



Objetivos

Para este Módulo, nos hemos planteado que Usted,

- Revise contenidos matemáticos vinculados con nociones geométricas relativas a las propiedades y construcción de triángulos
- Actualice contenidos matemáticos referidos a nociones de Estadística, particularmente en la recolección, representación e interpretación de información.
- Disponga de recursos y criterios de análisis para la organización del trabajo del aula en contextos donde un mismo contenido es desarrollado por diferentes grupos.
- Participe de experiencias de aprendizaje con sus pares que motiven su reflexión acerca de los modelos de gestión en el aula.



Contenidos

Hemos considerado para este Módulo la revisión crítica de las **estrategias de enseñanza** de:

1. El uso social de las expresiones decimales.
2. Figuras. Triángulos, lados. Propiedad triangular.
3. Recolección, registro, representación e interpretación de información.



La estructura del Módulo

En la **primera parte** del Módulo se aborda desde el punto de vista didáctico,

la enseñanza de algunas nociones introductorias a la recolección y procesamiento de datos con instrumentos de la Estadística.



Como ya sucedió en el Módulo 1, recuerde que la primera parte, está diseñada para que Usted lea el Módulo y resuelva algunas actividades de análisis que le permitirán planificar una experiencia para su grupo de alumnos. Al ponerla en práctica, registrará lo ocurrido para poder compartir sus observaciones en la reunión tutorial.

Si trabaja solo, tome algunas notas en su cuaderno de campo que lo ayudarán luego a escribir el registro reconstruyendo la situación. Si además, Usted tiene la posibilidad de disponer de recursos tecnológicos (grabador o cámara de video), seguramente le serán de utilidad.

Si se da la oportunidad de planificar la puesta en práctica de la experiencia áulica con su director o con otro colega, éste podría actuar luego como observador y registrar tanto el desempeño de los alumnos como sus intervenciones docentes.

La **segunda parte** está relacionada con la enseñanza de algunas nociones geométricas en grados múltiples, a través del estudio de un caso.

En los ANEXOS encontrará lecturas para ampliar y profundizar aspectos de la enseñanza del área y sugerencias para trabajar con los alumnos sobre otros contenidos matemáticos.

Primera parte

Las mismas nociones de estadística para diferentes grupos de plurigrado.



En la primera parte de este Módulo usted encontrará propuestas que permiten aproximarse a nociones estadísticas básicas, trabajando en plurigrado. Podrá analizar a través de la resolución de diferentes actividades, cómo tomar datos de la realidad, cómo construir gráficos, tablas y cuadros para dar cuenta de ellos y cómo interpretarlos.

A medida que avance en la realización de las actividades encontrará elementos que le ayudarán en la toma de decisiones para diseñar la experiencia que tendrá que llevar a la práctica con sus alumnos.

Aspectos particulares del trabajo con datos estadísticos en Primero y Segundo Ciclo de EGB

La **educación estadística** es un campo complejo que abarca no sólo una amplia diversidad de contenidos matemáticos, sino también la investigación acerca de la comprensión y las dificultades en su aprendizaje en los distintos niveles educativos, los materiales específicos, el problema de la evaluación, por nombrar solo algunos de los temas que preocupan a los docentes.

Este Módulo intenta ser, para Usted, un apoyo que fomente el interés por ampliar su formación en este campo y le facilite introducir a sus alumnos en el análisis de datos y la toma de decisiones en diversas situaciones.

Como ya hemos planteado mucha de la información que recibimos día a día, puede interpretarse través del lenguaje de la Estadística y la Probabilidad. El uso de métodos de estas disciplinas se ha incorporado a casi la totalidad de las áreas de conocimiento. Muchas veces, el análisis individual de algunas situaciones de la vida cotidiana o de un campo del conocimiento científico no permite anticipar cómo será su comportamiento futuro. Sin embargo, si se considera un conjunto

de datos en número y forma apropiados, es posible prever este comportamiento con algún grado de certeza. Para ello es necesario reunir datos, inventariar los hechos, registrar su frecuencia e intentar develar sus regularidades, en distintas etapas de recolección, elaboración, presentación e interpretación de los datos.

La Estadística Descriptiva se ocupa de organizar e interpretar datos para obtener medidas que resumen sus características, mientras que la Estadística Inferencial utiliza esas medidas para hacer generalizaciones a partir de la información de un determinado número de datos.



Si necesita ampliar las referencias a estos conceptos puede recurrir al Anexo I

Dada la complejidad de los métodos que estas disciplinas utilizan, ellos no son objeto de enseñanza en la EGB. En este nivel se promueve iniciar a los alumnos en el tratamiento de la información. Algunos aspectos de este trabajo incluyen la recolección y organización de datos, la lectura e interpretación de información presentada bajo distintas formas: tablas, cuadros, gráficos

En el Primer Ciclo es conveniente la presentación de situaciones sencillas a partir de las cuales los alumnos necesiten recolectar datos, encontrar formas para su organización, describirlos e interpretarlos para responder a las preguntas que se les planteen.

Ya en Segundo Ciclo, es importante que los alumnos amplíen su aproximación a los recursos de la Estadística utilizándolos como instrumento para comprender contenidos y resolver problemas específicos de otras áreas como las Ciencias Sociales, las Ciencias Naturales, la Tecnología, etcétera.

En este punto es importante reflexionar sobre las palabras del Dr. Luis A. Santaló, (1994):

*Para actuar acertadamente en el mundo de hoy se requiere
-entre otras cosas- estar educado en cierto "pensar"*

estadístico” que permita no solo tener presente o saber buscar resultados anteriores (recopilados en registros tabulares o en gráficos), sino también saberlos interpretar y aplicar adecuadamente en la toma de decisiones.

Este fragmento abre el camino para la reflexión acerca de la necesidad de que los niños de todas las edades adquieran competencias relativas a tres aspectos fundamentales en el uso de datos estadísticos:

- La recolección de datos y su registro
- La construcción de una representación gráfica.
- La interpretación de gráficos, con relación a la situación que se intenta describir o comprender.



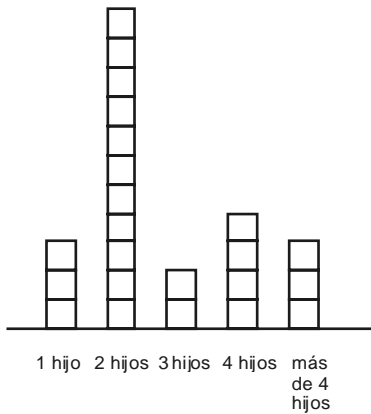
El ejemplo que sigue presenta una experiencia sencilla en la que se trabajó en torno a los tres aspectos recién mencionados.

Los alumnos de 5º año de un colegio de Bernal y los docentes que concurrieron a una jornada de capacitación en Berazategui realizaron la misma experiencia. Con el propósito de identificar y describir las características de la composición de las familias del grupo se planteó la siguiente pregunta: “En cada una de sus familias, ¿cuántos hijos hay?”. Fueron indagados los miembros de ambos grupos. Se les pidió que anotaran en una ficha su propio nombre y el de cada uno de sus hermanos.

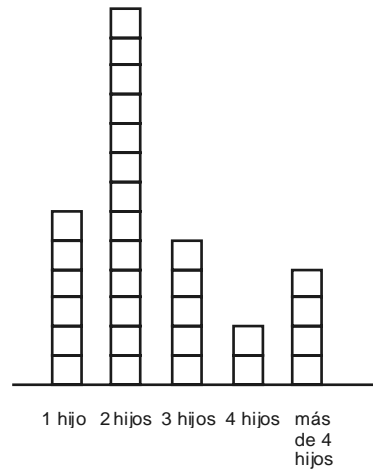
Al grupo constituido por todos los niños de 5º año lo llamaremos grupo A. Al grupo constituido por los docentes lo llamaremos grupo B.

En los dos casos algunos voluntarios recolectaron las fichas, las agruparon por el número de nombres que había en ellas y entre todos los participantes del grupo se organizó un gráfico pegando las tarjetas sobre una hoja de papel con una línea de base para mostrar con qué frecuencia aparecía cada número de hijos.

GRUPO A



GRUPO B



Al observar los gráficos en ambos grupos se puso en evidencia la mayor cantidad de familias constituidas por un matrimonio y dos hijos, que suele ser denominada como “familia tipo”.

Actividad 1.1

- En qué momentos del ejemplo anterior se reconocen los tres aspectos mencionados: recolección y registro de datos, construcción de la representación gráfica, interpretación.
- Si Usted reprodujera esta experiencia con sus alumnos ¿cómo orientaría el trabajo para que ellos reconozcan las características de las familias en el ámbito de su comunidad?



En esta primera actividad le hemos propuesto identificar la relación entre una pregunta orientadora que da cuenta del propósito de la tarea y los procedimientos para recoger datos, graficarlos e interpretarlos. La lectura de los párrafos que siguen le permitirá analizar los contenidos tal como están planteados para Primero y Segundo Ciclo de EGB.

Los contenidos de Estadística en los primeros ciclos de EGB

En el ejemplo presentado, es importante analizar que la pregunta como origen de la recolección de datos y su tratamiento no está vinculada a un problema matemático. Los instrumentos estadísticos se presentan al servicio del análisis de una situación particular, en este caso la conformación de las familias de un grupo dado. Este ejemplo es generalizable a otras situaciones de clase que promueven las primeras aproximaciones a la Estadística. Las competencias a construir remiten a tomar contacto con datos cuantitativos que necesitan ser interpretados para resolver problemas acerca de diferentes áreas del conocimiento. Para enseñar estos procedimientos se requiere, entonces, tomar como punto de partida esos problemas no matemáticos y recorrer a partir de ellos algunos pasos del quehacer estadístico.

Para profundizar en el sentido de las afirmaciones anteriores, es conveniente analizar la inserción de los contenidos estadísticos del área de Matemática, que se plantean en el Diseño Curricular de la Provincia de Buenos Aires, para los dos primeros ciclos de EGB.

“Nociones de Estadística y Probabilidad” es uno de los ejes de Matemática para la EGB que plantea el Diseño Curricular. La organización de contenidos prevista por ese eje para el Primer Ciclo enumera, entre otros, los siguientes:

- Formas de recolección de datos de experiencias y encuestas simples
- La recolección de datos en distintas formas
- La organización de la información
- Tablas, gráficos y diagramas para organizar la información
- La descripción y la interpretación de la información brindada por tablas, diagramas y gráficos simples
- La recolección de datos por medio de encuestas
- La búsqueda de regularidades en resultados. Recuentos sistemáticos.

Y para Segundo Ciclo:

- Estadística: recopilación, tabulación, agrupamiento y representación de datos.

Pictograma, diagrama de barras y circulares

- La interpretación de la información contenida en ilustraciones, tablas, facturas, tickets, gráficos.
- Enunciado de las relaciones. Procedimientos utilizados para obtenerlas o elaborarlas. Su explicación.
- La elaboración de encuestas y experiencias sencillas
- La recolección, el registro y la clasificación de información
- La interpretación y elaboración de gráficos estadísticos sencillos

Como expectativas de logro de cada ciclo plantea:

Primer Ciclo

- Interpretación de la información provista por tablas y gráficos estadísticos del entorno cotidiano

Segundo Ciclo

- Diseño de encuestas simples. Tabulación de datos, graficación, interpretación y comunicación de información estadística en situaciones cercanas al propio interés, valorando la información obtenida como insumo para la toma de decisiones.

Actividad 1.2

A partir de la lectura de los contenidos y expectativas de logro presentes en el Diseño Curricular:

- Compare los contenidos y expectativas de logro previstos para Primero y Segundo Ciclo.
- Establezca los aspectos comunes a ambos ciclos.
- Determine cuáles se incorporan exclusivamente para Segundo Ciclo.
- Enumere cuáles podrán ser trabajados simultáneamente con todos los alumnos de su plurigrado.



A continuación se presentan algunos aspectos particulares para el trabajo con los datos estadísticos en Primero y Segundo Ciclo de la EGB: recolección y registro de datos, representación gráfica e interpretación. También se presenta el uso de las preguntas orientadoras del proceso de indagación.

1. Las preguntas orientadoras

“La formulación de preguntas para organizar la búsqueda de información: Las preguntas y respuestas forman parte de la vida cotidiana del aula, son el motor de la explicación y del intercambio,..., en contextos específicos de comunicación entre pares...Una buena pregunta pone en marcha la movilización de procesos de inferencia, rastreo y verificación... permite poner en marcha estrategias que ayudan a almacenar, recuperar y regular la información” (Módulo 2 Lengua – “Hacia una mejor calidad de la educación rural” Provincia de Buenos Aires)

Las investigaciones estadísticas tienen un propósito. Se empieza a buscar cierta información en función de lo que se necesita saber. Para ello se decide qué datos son necesarios, dónde y cómo se recabarán, algún modo de sistematizar la información obtenida, qué procedimientos son útiles para representar gráficamente esa información y finalmente se “lee” la representación y los datos para interpretarlos y obtener conclusiones.

En general, el interés por reunir un conjunto de datos y por mostrarlos después organizados en una representación gráfica puede expresarse, en las propuestas de clase, mediante una pregunta que oriente el sentido de la búsqueda y la interpretación del resultado que se obtiene después de organizar la información.

Para la enseñanza de contenidos de Estadística es necesario recurrir a situaciones de otras áreas donde se plantee una necesidad de información cuantitativa, que se traduce en una pregunta orientadora para la recolección de datos significativos y para su interpretación.

Por eso es necesario plantear a los alumnos qué es relevante buscar para

obtener la información que se desea. La cuestión central en el plurigrado reside en diseñar las preguntas adecuadas a cada grupo, que son diferentes en función de sus posibilidades, para que las representaciones y la interpretación posterior, aunque diferentes, promuevan el intercambio y resulten significativas.

Actividad 1.3

a) Considere cada una de las situaciones que siguen. Suponga que necesita plantear a sus alumnos estas situaciones. Exprese para cada caso una pregunta que dé sentido a la indagación que cada una propone:

Por ejemplo, dada la situación:

Para la Biología, es importante conocer las relaciones entre distintas partes del cuerpo humano. A los alumnos puede resultarles interesante considerar las relaciones a establecer entre diferentes partes del propio cuerpo. Una relación posible puede plantearse entre la medida del alcance de los brazos extendidos y la altura de cada persona. Como en la realidad se dan todos los casos, es posible organizar una exploración de lo que ocurre en un grupo particular y comunicar los resultados a través de un gráfico.

Una pregunta orientadora podría ser: *En las personas, la medida del alcance de los brazos extendidos ¿es mayor, menor o igual que su altura?*

1. Es conocido el estribillo de un club de fútbol acerca de "la mitad más uno del país". Para comprobar si describe el estado de cosas en un grupo determinado, puede averiguarse cuál es la preferencia de todos sus integrantes en materia de clubes de fútbol.
2. Para los meteorólogos es importante la relación entre el estado del tiempo y la presión atmosférica que puede indagarse registrando ambas cosas, día a día a lo largo de un mes en distintas épocas del año, siempre que se pueda disponer de un barómetro o de información ofrecida por algún medio (periódico, radio, televisión u otros).

3. En cualquier deporte parece ser muy conveniente jugar como local. Se puede organizar una indagación acerca de si la realidad corrobora esa apreciación, siguiendo las actuaciones de diferentes clubes semana a semana a lo largo de un campeonato de fútbol, voley, básquet u otro deporte popular en la comunidad, de modo que se puedan hallar los datos en los medios locales accesibles.

b) Desde la Introducción del Módulo, Usted viene trabajando en torno a la importancia de generar preguntas que orienten la búsqueda de información significativa respecto de un problema a resolver. También se ha tratado el carácter instrumental del quehacer estadístico en la EGB. Ahora le proponemos iniciar el trabajo de planificación de la experiencia sobre “nociones básicas de Estadística” que tendrá que desarrollar con sus alumnos de plurigrado. Para ello:

- Identifique entre los temas de Ciencias Naturales o Ciencias Sociales que tiene previsto trabajar con sus alumnos, aquellos que requieran de recolección de datos de carácter estadístico. Será necesario recurrir a ellos cuando diseñe la experiencia de clase para sus alumnos
- Formule preguntas que puedan orientar la búsqueda de información estadística vinculada a los temas elegidos. Regístrelas de modo de tenerlas disponibles para analizarlas con el Director de su escuela.

D: Analice con sus maestros las preguntas que han formulado. Considere que serán un insumo para las actividades que realizarán con sus alumnos. Tengan en cuenta: la pertinencia de los temas seleccionados, la potencialidad de las preguntas para recolectar información y promover la interpretación, y todos aquellos aspectos que le parezca necesario trabajar con los maestros respecto de la enseñanza de la Estadística. Registre las conclusiones en su carpeta personal.



Con la resolución de la actividad anterior Usted ha comenzado a diseñar la experiencia que desarrollará con sus alumnos. A partir de aquí, en cada apartado trabajará diferentes aspectos del quehacer estadístico. En las actividades correspondientes a cada uno de ellos, encontrará un ítem a) a partir del cual analizará los contenidos específicos y un ítem b) que dará continuidad a la planificación de su propuesta.

2. La recolección y el registro de datos

La recolección de los datos es el punto de partida para dar respuesta a la pregunta que inicia la indagación. Con posterioridad será necesario un registro que muestre los datos con alguna organización que permita visualizarlos e interpretarlos.

En el ejemplo de la indagación acerca de las estructuras familiares, la recolección de datos se realizó en forma sencilla porque las poblaciones que fueron indagadas eran de acceso directo y personal. Incluso se pudo controlar que dos o más personas, hermanas o hermanos entre sí, entregaran una sola ficha.

En Estadística el término **población** se refiere a todos los datos sobre los que se plantea una indagación. No remite únicamente a seres humanos, sino que designa cualquier conjunto numeroso que se quiere estudiar. Puede tratarse, por ejemplo, del conjunto de tornillos que produce una máquina o la cantidad de cereal que exporta un país. En principio la palabra puede usarse de manera coloquial, para que se incorpore gradualmente al lenguaje específico. A medida que los diversos ejemplos aportan nuevos referentes, el significado de la palabra se ajusta cada vez más al estadístico.



Para buscar más precisiones acerca de esta definición, así como de la que sigue, puede recurrir al Anexo I de este Módulo.

Si, en cambio, se quisiera averiguar las preferencias de los habitantes de una región sobre vivir en el campo o vivir en la ciudad, indagándolos a todos, los procedimientos serían diferentes. Según el propósito de la indagación, sería posible reducir la exploración a una muestra, por ejemplo, una parte de todos ellos elegida al azar para garantizar que la elección no sea tendenciosa (por ejemplo, solo mujeres, o todos los mayores de 45 años).

Se llama **muestra** a un conjunto extraído de una población que se quiere explorar. La elección de tal conjunto debe hacerse con algunos cuidados para que se pueda tener una creencia razonable en que la muestra tiene las mismas características que la población total.

Actividad 1.4

a) Considere el siguiente ejemplo:

En una investigación sobre los efectos de una campaña publicitaria para promover la venta del jabón X se repartieron 25000 cuestionarios. Se recibieron 1064 respuestas, con un 90% de juicios positivos. A partir de esos resultados se difundió el siguiente estribillo: "9 de cada 10 personas prefieren usar el jabón X".

- Analice la relación entre los cuestionarios repartidos y los recibidos y responda: ¿Cree que el estribillo es digno de fiar? Explique la respuesta en su carpeta.
- Lea el párrafo que sigue y en función de él revise su respuesta anterior.

Un aspecto a considerar es el del tamaño de la población. En las investigaciones científicas se usan tablas de aplicación muy compleja para

acotar el error que se introduce con la relación de tamaño entre la muestra y la población total. Por ejemplo, en una muestra –no tendenciosa- de 1064 datos para una población de 25000 se puede esperar un error de un 3% en sentido positivo o negativo. Si no se garantiza que la muestra de 1064 tiene las mismas características que la población total, el error sería aún mayor.

Una muestra mayor de la misma población tendría menor error.

La misma muestra para una población mayor tendría mayor error. Si uno piensa que el estribillo induce a creer en una afirmación universal, donde la población aludida es prácticamente ilimitada, es fácil concluir que el contenido es engañoso.

b) Le proponemos continuar con la propuesta iniciada en la Actividad 1.3 b).

- Revise los temas elegidos y las preguntas que formuló, determine si podrá analizar la población a la que se haga referencia o será necesario trabajar con una muestra para poder realizar la recolección de datos.
- En función de sus conclusiones sobre el ítem anterior, confirme o reformule las preguntas orientadoras, incluyendo toda la población o una muestra.

D: Revise las preguntas que quedaron reformuladas por los maestros en cuanto a la posibilidad de trabajar con poblaciones o con muestras para llevar adelante la indagación de cada uno de los grupos. Promueva el intercambio entre los docentes para discutir las decisiones tomadas para cada plurigrado.

Para tener en cuenta



En el aula de plurigrado puede ocurrir que los grupos sean tan reducidos que no pueda realizarse una indagación estadística significativa tomando el grupo escolar como población. En este caso, el problema no consiste en la necesidad de hacer un muestreo sino en ampliar de alguna manera la población en que se desarrolle la indagación de acuerdo a las posibilidades que ofrezca la localidad.

Una estrategia posible es juntar resultados deportivos o registrar fenómenos meteorológicos a diario, a lo largo de un lapso conveniente, tomándolos de los medios accesibles en el lugar (radio, periódicos, TV).

Las temáticas a indagar en cada plurigrado pueden surgir de intereses de los alumnos, o de necesidades de enseñanza identificadas por los docentes. Algunas preguntas detectadas en escuelas de plurigrado han sido: ¿Cómo se distribuyen las alturas de los niños según los años de escolaridad? ¿Cómo se distribuyen los días lluviosos según las estaciones? ¿Cuál es el club más popular en la localidad?

Es importante remarcar que tanto para la elección de los temas a indagar como para definir los criterios de recolección de datos es fundamental formular las preguntas adecuadas que orienten esos procesos. Cuando la indagación surge de un proyecto de aula, la vinculación aparece naturalmente.

Diferentes alternativas para la recolección y registro de datos en plurigrado



En la Actividad 1.2 le propusimos analizar citas del Diseño Curricular para Primero y Segundo Ciclo de EGB. De la comparación surge que no hay diferencias sustantivas entre los contenidos en uno y otro caso. Por eso la enseñanza de las nociones de Estadística es

interesante para trabajar en plurigrado. De la misma comparación surge la importancia de diferenciar , teniendo en cuenta las posibilidades de los diversos alumnos, los procedimientos que en cada nivel es posible desarrollar para disponer de la información que se obtiene. Por supuesto, cuando se trata de iniciar el aprendizaje de estos procedimientos, deberá tenerse en cuenta las maneras de agrupar a los alumnos más significativas. Los ejemplos y actividades que aquí se sugieren tienen por objeto mostrar algunas posibilidades con un grado de generalidad que le permita orientar el diálogo con todos los alumnos.

A continuación se analizan formas de recolectar y registrar informaciones, que por su variedad, dan respuesta a los diferentes niveles de comprensión de los alumnos de plurigrado.

Nivel 1

Para los más pequeños, es sencillo ofrecer a otros o completar ellos mismos una tarjeta donde haya que responder con una sola palabra a una pregunta directa. Por ejemplo, ¿de qué cuadro sos? También pueden escribir en ella su nombre y los de sus hermanos o pedir que lo hagan los demás. La recolección y el registro se resuelven simultáneamente, puesto que son las mismas tarjetas las que, agrupadas y pegadas en columna sobre una línea de base (como fue descrito en la Actividad 1.1) constituirán los bloques de la representación gráfica.

En el trabajo con sus alumnos, sería oportuno que la determinación de la línea de base surgiera a partir de la observación grupal acerca de la imposibilidad de comparar los resultados obtenidos si las tarjetas se ubican desordenadamente. Suele ocurrir, en estas situaciones , que del diálogo con los alumnos para saber cuáles son las respuestas más numerosas, surja la necesidad de colocar las tarjetas con la misma respuesta, una a continuación de la otra, formando una fila "al lado de otra", "empezando por el mismo lugar". Aparece, así, naturalmente la línea de base, y su intervención podría limitarse a proponer dibujarla y generalizar el procedimiento para otras situaciones.

Nivel 2

Algo más complejo sería tener que elegir entre varias opciones poniendo una cruz. Por ejemplo, en una encuesta que propusiera:

¿Cuántos hijos hay en tu familia?	
1.	Uno
2.	Dos
3.	Tres
4.	Cuatro
5.	Más de cuatro

El docente puede convenir con los alumnos que hacen la recolección de datos, cómo presentar esas opciones a los que serán interrogados: con un encabezamiento que indique la forma en que deben consignar la información: “Poner una cruz en la respuesta que corresponde”, o “Hacer un redondel alrededor del número de la respuesta que corresponde”. Si se dibuja un cuadrado vacío junto a cada opción, puede pedirse llenarlo de algún modo, con una cruz o un punto grueso.

Nivel 3

Los alumnos mayores, que pueden anticipar las diferentes opciones posibles, son capaces de tomar la iniciativa en la recolección de los datos. Pueden diseñar cuestionarios con opciones múltiples. Por ejemplo, en la recolección de datos para averiguar las preferencias futbolísticas de los alumnos de una escuela son capaces de anticipar qué clubes son los que podrían ser seleccionados de modo de incluir los llamados “grandes” y también algún club local.

En la observación de un fenómeno meteorológico, estos alumnos pueden reunir informaciones de libros, de diarios, escuchadas por radio o TV y registrarlas con un esquema estructurado. Por ejemplo, en un almanaque pueden registrar el estado del tiempo o la temperatura exterior tomada siempre a la misma hora, día por día, durante un mes. Luego deberán reunir los datos de la misma categoría y presentarlos organizados en un resumen.

También pueden planificar con anticipación cuadros o tablas para registrar las respuestas a preguntas formuladas oralmente y usar algún código personal para anotarlo en el esquema estructurado. Por ejemplo, ante la pregunta acerca del

número de hermanos, los alumnos podrían organizar un registro como el que sigue, donde cada trazo inclinado corresponde a un alumno de la escuela.

Un hijo	///// ///// //
Dos hijos	///// ///// ///// ///// ///// //
Tres hijos	////
Cuatro hijos	/////
Más de cuatro hijos	///// /

Actividad 1.5

a) Considere el grupo escolar en el que Usted trabaja. Analice si esta organización en “pequeños grupos” le sería de utilidad para poner en marcha una tarea similar. Indique en su carpeta personal cómo los organizaría para que estén en condiciones de involucrarse juntos en la tarea de recolectar datos.

b) Relea las respuestas a los ítemes b de la actividades anteriores. Seleccione uno de los temas sobre los cuales ya formuló preguntas orientadoras.

En ésta y en las próximas actividades trabajará en torno al tema elegido.

Para avanzar en la tarea, proponga formas de agrupar a sus alumnos en función de sus posibilidades y determine el tipo de registro que podría utilizar cada subgrupo. Téngalas disponibles para trabajar con el Director de su escuela.

D: Solicite a los maestros de su escuela las preguntas seleccionadas y los agrupamientos que han determinado. Establezca similitudes y diferencias entre las propuestas de cada uno de ellos. Registre la comparación en su carpeta personal.

3. La construcción de representaciones gráficas



Una vez que los datos han sido recolectados, si se los quiere visualizar fácilmente es necesario mostrarlos mediante una representación gráfica

Diferentes alternativas para la representación de datos en plurigrado

Ya se ha analizado que en la recolección de datos es necesario adecuar las estrategias a los diferentes grupos de alumnos, según sus posibilidades. El aprendizaje de formas cada vez más complejas de representación, también es progresivo.

Nivel 1

Si se dispone de las informaciones provenientes de una indagación sobre el número de hijos de las familias, usando las tarjetas con el registro de los nombres, como se describió este procedimiento anteriormente, entonces es necesario organizarlos.

Los más pequeños están en condiciones de agrupar las tarjetas con las respuestas que hayan reunido. Cuantas más opciones hay, mayor es la cantidad de agrupamientos y también la dificultad de la tarea.

Se puede graduar la propuesta modificando las preguntas que se les haga. Por ejemplo, comenzar por preguntas que se contesten por "sí" o por "no" (¿Ya cumpliste 7 años? ¿Tienes hermanos?).

Una vez agrupadas las tarjetas solo queda pegarlas alineadas sobre una hoja de papel, formando tantas columnas como grupos se hayan obtenido.

En un principio, los alumnos pueden no sentir la necesidad de dar a las columnas una línea de base. En tal caso, es conveniente centrar la discusión sobre la necesidad de que la comunicación sea más clara a los ojos de quien observe y quiera interpretar el gráfico. Para juzgar con la vista dónde hay más elementos o cuál es la relación entre las cantidades de respuestas de cada opción, las

columnas deben apoyarse sobre una misma línea de base y deben tener escrito el nombre de la opción que representan. Si bien todavía no puede hablarse de eje horizontal, porque no aparece una semirrecta que comience en 0 y tenga los números naturales ubicados a igual distancia, esta línea de base muestra la importancia de una organización que permita visualizar los datos. En el gráfico que sigue la línea de base tiene los valores de la variable del género: niñas y varones. Por eso no puede hablarse de eje, en el sentido matemático

**Los alumnos de un aula de
una escuela de San Pedro**

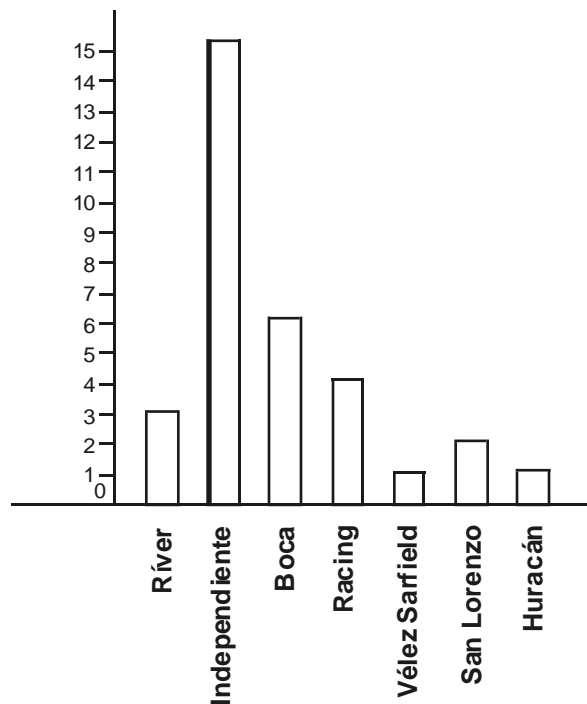
Gráfico de bloques, donde se ve una por una la cantidad de tarjetas de cada columna. Por eso es importante que todos los rectángulos sean del mismo tamaño.

Nivel 2

Los niños que se inician realizando los gráficos en papeles grandes para ser exhibidos pueden progresar en la tarea si se les propone que los copien en hojas

de papel cuadriculado. En un comienzo, es posible que coloreen cuadrado por cuadrado imitando las tarjetas pero después encuentran más cómodo el coloreado directo de toda la columna. Para no perder de vista las cantidades que indican la altura de las columnas aparece la necesidad de anotarlas sobre una vertical. Como se trata de una recta que muestra un segmento de la serie numérica que comienza en el número 1 y tiene a los siguientes a distancias iguales, puede hablarse de **eje** en sentido matemático.

Preferencias en el fútbol en un aula de una escuela de Avellaneda



Gráficos de **barras**, donde interesa destacar la altura de las columnas en un **eje vertical**.

El trabajo del primer nivel, con tarjetas, está ligado a la individualidad de los participantes porque cada uno puede reconocer su propia tarjeta, lo que no es común en otro tipo de registro. En este nivel 2 los alumnos pueden intentar construir los gráficos provenientes de datos numéricos directamente. Por ejemplo, en el cuestionario de opciones múltiples cada persona que responde pone cruces o redondeles o puntos gruesos y al ser reunidos se pierde enteramente la huella del autor.

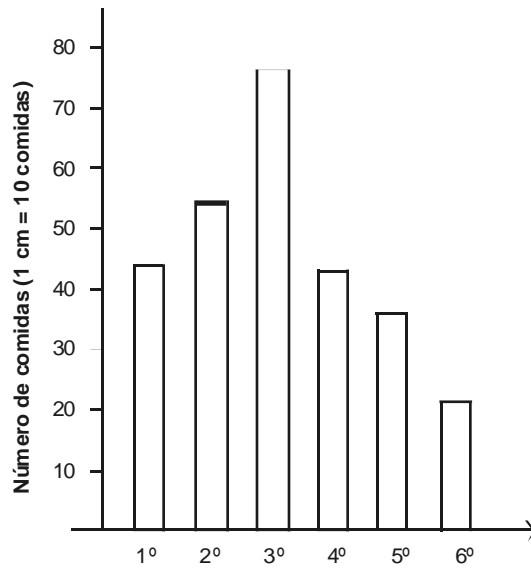
Los alumnos que están organizando esos datos pueden agrupar los cuestionarios según el número que registra cada uno y confeccionar una tabla como la que sigue, correspondiente al Grupo B de los maestros, mencionado en la Actividad 1.1

Número de hijos	Número de familias con tal número de hijos
Uno	6
Dos	13
Tres	5
Cuatro	2
Más de cuatro	4

Nivel 3

En los trabajos propuestos hasta este momento la correspondencia entre lo representado y la representación ha sido **uno-uno**. Por ejemplo: a cada persona una tarjeta, a cada tarjeta, un cuadrado.

Pero si se tratara de representar las informaciones meteorológicas día por día durante un mes, el valor de las cantidades podría obligar a tomar una correspondencia diferente. Por ejemplo, un cuadrado, cinco grados de temperatura. Es el nacimiento de la necesidad de una **escala**; es decir, de una correspondencia en la que a cada distancia entre números del eje corresponda más de un elemento representado. La complejidad del uso de escalas debe reservarse para los alumnos mayores que pueden comprender la correspondencia **uno- más de uno**.



Número de comidas por año escolar servidos en una escuela de Pehuajó en la última semana de clases de 2000.

Actividad 1.6

- Teniendo en cuenta el tipo de registro que planteó para cada uno de los subgrupos de su plurigrado, proponga qué forma de representación podrían utilizar para graficar los resultados de la indagación que realicen.

4. La interpretación de los gráficos

Una vez que se han recogido los datos y se los ha representado gráficamente, es posible interpretarlos.

Construir gráficos es una actividad significativa cuando sirve a un propósito de comunicación o de investigación. Esto se alcanza cuando quien realiza un gráfico completa la presentación con un texto que dé cuenta de las conclusiones que le sugiere su propia lectura o su propia interpretación de lo que muestra el gráfico obtenido.

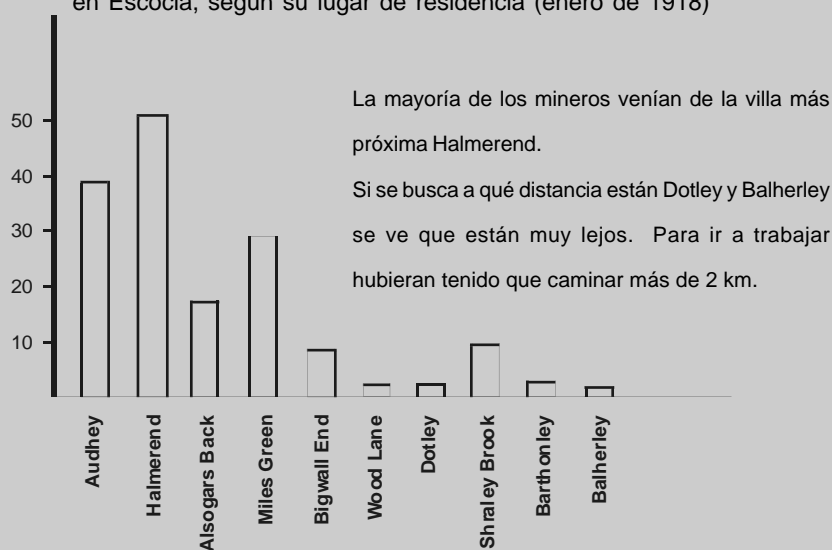
Esta interpretación debe dar respuesta a la pregunta inicial que orientó la indagación. Un buen diseño de esa pregunta y de aquellas a partir de las cuales se desarrolló la búsqueda de información, garantizará la significatividad de la propuesta desarrollada.

En la actividad que sigue, Usted podrá analizar algunos ejemplos

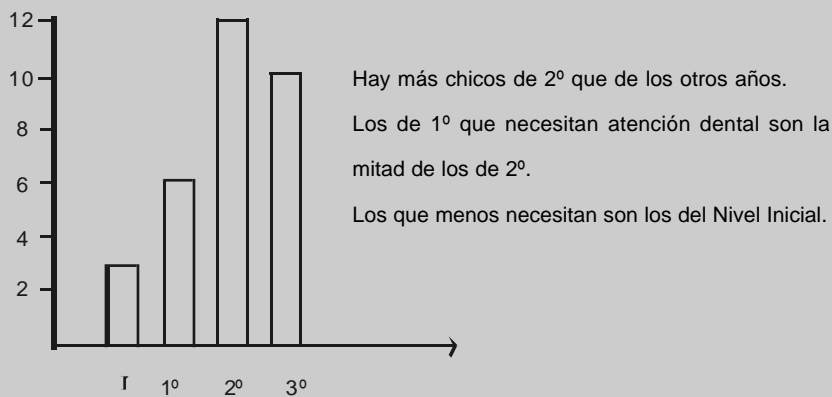
Actividad 1.7

a) Examine cada uno de los ejemplos que siguen ¿Cree que es posible agregar algo a los comentarios hechos por los alumnos? Si es así, hágalo en su carpeta.

a) Número de mineros que fallecieron en la explosión de una mina en Escocia, según su lugar de residencia (enero de 1918)

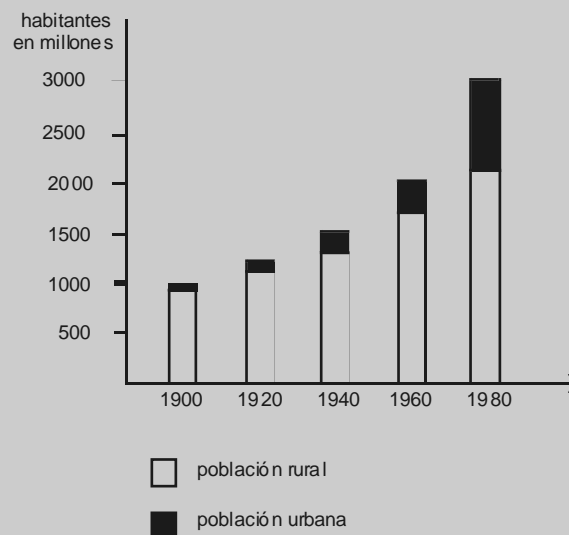


b) Número de chicos que necesitan atención dental en el primer ciclo y en precolar de una escuela de Moreno.



- ¿Qué comentarios le sugieren los gráficos que siguen? Anote en su carpeta todos los que se le ocurran.

Urbanización en el mundo entre 1900 y 1980
en países no desarrollados



- b) Para continuar con la planificación de la propuesta que viene preparando para desarrollar con sus alumnos, determine qué preguntas les haría para orientar el análisis de los gráficos.

Actividad 1.8

a) Si se revisan los contenidos de esta primera parte del Módulo, en función de las posibilidades de los diferentes grupos de alumnos, existe la posibilidad de estructurar una grilla en la que se cruzan los tres aspectos fundamentales de la organización de datos estadísticos, con tres niveles de dificultad que facilitan la diferenciación del trabajo en el aula de plurigrado

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Recolección y registro de datos			
Representación gráfica			
Interpretación			

- Teniendo en cuenta las particularidades de los plurigrados, ¿por qué es posible estructurar una grilla como la que se presenta?

b) Revise las propuestas que ha planteado en las actividades anteriores y.

- Complete en su carpeta una grilla como la que está dibujada con las decisiones que tomó hasta ahora, revisando sus propuestas para confirmarlas o rectificarlas
- Decida cómo distribuirá sus propuestas en situaciones de clase.
- Determine cuál desarrollará para registrar y llevar a la tutoría.

D: Considere las experiencias planificadas por los maestros. Tenga en cuenta similitudes y diferencias entre las alternativas previstas por cada uno. La comparación entre lo diseñado y lo registrado por cada docente será un insumo importante para analizar en la tutoría junto a otros directores.



Recuerde que todo lo relacionado con esa experiencia es material que se debe aportar al trabajo de la jornada de tutoría: la planificación, su registro de lo ocurrido en la puesta en práctica, las producciones de sus alumnos, su propia visión crítica de todo lo actuado.

Segunda parte

Distintos contenidos geométricos en torno a un mismo eje en plurigrado



Recuerde que las actividades previstas para esta segunda parte, se refieren básicamente a la lectura y análisis de textos o casos, no tienen la exigencia de ser llevadas a la práctica de aula. Se presentan para su análisis didáctico, de manera que las tenga disponibles cuando diseñe situaciones de enseñanza de Geometría. Como le sugerimos en el Módulo 1 le proponemos que, antes de detenerse en una lectura detallada de cada apartado, hojee este material para organizar su trabajo en el tiempo destinado a esta parte.

Una experiencia para la enseñanza de figuras



El siguiente texto relata lo sucedido en el Segundo Ciclo de EGB de una escuela rural con dos secciones de grados agrupados. Al finalizar la lectura encontrará algunas preguntas para orientar sus reflexiones sobre la organización de la clase y el trabajo de los alumnos.

Antes de presentar la clase incluimos una breve descripción del contexto y el grupo escolar, así como una síntesis de las actividades realizadas en el Primer Ciclo.

La escuela se encuentra en una zona agrícola, con buen acceso por camino de tierra -25 km- a un centro urbano de 80 000 habitantes. Los alumnos son hijos de pequeños productores de hortalizas de la zona y de los peones de una estancia. La comunidad tiene un fuerte vínculo con la escuela: muchos padres forman parte de la cooperadora y los encuentros sociales se realizan en un anexo que funciona como salón de actos.

La directora, Norma, tiene a su cargo el Segundo Ciclo y Laura es la maestra de Primer Ciclo. El grupo de los más pequeños es de diez alumnos, y el de los más grandes tiene tres alumnos de 4º año, seis de 5º y cuatro de 6º año.

En la semana en la que se observó la clase, Norma y Laura habían planificado conjuntamente trabajar sobre triángulos, destacando la necesidad de que los chicos se expresen en forma oral para explicar lo que hacen y que avancen en la elaboración de argumentos sobre las acciones realizadas.

Las actividades en el Primer Ciclo

Laura organizó **tres clases** para desarrollar los contenidos previstos:

Nociones geométricas

Figuras: clasificación según su forma, lados y vértices.

Relaciones comparativas. Búsqueda de regularidades: tener la misma forma, tener lados iguales, tener tantos lados o “puntas” como...

Denominación de conceptos y relaciones simples. Descripción de figuras.

Eje de la formación ética

Autonomía: exposición de ideas, formulación de preguntas, análisis de información

En la **primera clase** los alumnos trabajaron por parejas con colecciones de figuras de cartulina recortadas por los alumnos de 5º año la semana anterior¹:

- los de 1º y 2º año pegaron figuras armando un collage en el que cada figura debía estar pegada a otra por un borde,
- los de 3º realizaron embaldosados con distintos triángulos.

¹ En el Anexo 4 podrá encontrar los modelos de las figuras utilizadas en las actividades para Primero y Segundo Ciclo.

Al finalizar la tarea cada pareja describió su trabajo y comentó si había tenido alguna dificultad para realizarlo.

En la **segunda clase** Laura jugó con el grupo de 1º y 2º año a un “veo-veo” de figuras donde, en lugar de preguntar por el color, los niños preguntaban por la cantidad de “puntas” o “bordes” de la figura.

Los alumnos de 3º, mientras tanto, trabajaron solos en una investigación sobre los dientes iniciada la semana anterior. Exploraron su boca con espejos y compararon una radiografía que había llevado una alumna con ilustraciones de un texto para conocer los nombres de los dientes².

En la **tercera clase** Laura jugó a “adivinar la figura escondida” con los alumnos de 3º año.

Los alumnos tenían que hacer preguntas, que se pudieran responder por sí o por no, sobre una figura -de las que usaron en la primera clase- “escondida” en un sobre. Después discutieron si había una forma para descubrir la figura haciendo menos preguntas y cuáles podían ser.

Los más pequeños, acompañados por una mamá que colabora habitualmente con la escuela, fueron a la huerta para transplantar plantines de lechuga y sacar yuyos.

La clase de Segundo Ciclo



Es interesante observar cómo se organizó la clase, con trabajo diferenciado para los alumnos, sobre distintos contenidos de un mismo eje, y cómo intervino la docente con cada uno de los grupos.

Como se trata de cuatro grupos que trabajan simultáneamente, en dos sectores del aula, le recomendamos que acompañe la

² Esta actividad corresponde a una propuesta analizada en el marco de un Ateneo de capacitación para escuelas de jornada completa, realizado en la Región 8 en el año 2000, coordinado por las profesoras Marina Gómez Ríos y Mónica Grinschpun.

lectura con algunas notas y un diagrama, imaginando una posible distribución espacial de los alumnos.

Para facilitar el seguimiento de lo que ocurre en cada sector se han utilizado distintas tipografías en el texto del registro.

La maestra, Norma, inició la clase corrigiendo algunos problemas sobre perímetro que habían quedado para terminar de la clase anterior:

Problema 1 (alumnos de 4° y 5° año):

Recortá un rectángulo de 4 cm de ancho y 3 cm de alto, trazá una de sus diagonales y cortá el rectángulo por la marca trazada.

¿Qué perímetro tenía el rectángulo original?

¿Qué perímetro tiene cada uno de los triángulos que se formaron?

Pegá los triángulos formando otra figura, que no sea un rectángulo. ¿Pensás que esa figura tiene el mismo perímetro que el rectángulo? ¿Por qué?

(A los alumnos de 5° año Norma les había indicado que buscaran cuántas figuras distintas podían armar.)

Problema 2 (alumnos de 5° y 6° año):

Sabemos que un triángulo tiene 36 cm de perímetro. Para cada uno de los siguientes casos determiná qué medidas tienen o pueden tener sus lados:

- a) el triángulo es equilátero
- b) el triángulo es isósceles
- c) el triángulo es escaleno.

Problema 3 (alumnos de 6° año):

Construí un triángulo equilátero y calculá su perímetro.

Si cada lado se duplica, el perímetro ¿también se duplica? ¿Ocurre lo mismo si el triángulo es isósceles no equilátero? ¿Y si es escaleno? Justificá tus respuestas.

Los alumnos leyeron los enunciados y compararon las distintas soluciones posibles, como se describe en el registro que sigue, sin que aparecieran mayores obstáculos.

	Juli (4°): - Este triángulo no tiene el mismo perímetro porque da 16.
	Eric (4°): - Yo hice un triángulo, pero me dio 18, no 16.
	Jonathan (5°): -Se pueden hacer dos triángulos y dos cuadriláteros.
	Irina (5°): - Si la diagonal queda para afuera, el perímetro da más que el del rectángulo.
Norma: - Muy bien, se pueden armar varias figuras y sólo una tiene el mismo perímetro que el rectángulo.	
	Segundo (5°): - En el segundo problema hay un montón de soluciones.
	Carolina (6°): - ¡Menos en el primero que da 12!
	Segundo (5°): - Sí pero en los otros, puede dar de muchas formas $36 = 10 + 13 + 13 = 10 + 10 + 16 = 11 + 11 + 14 = \dots$ $36 = 9 + 11 + 16 = 10 + 8 + 18 = 10 + 12 + 14 = \dots$
Norma: - Muy bien, pero vamos a volver sobre estos ejemplos después de terminar el trabajo de hoy.	
	Carolina (6°): - ¿No se podía hacer con coma?
Norma: - ¿Cómo?	
	Carolina: - Claro, yo hice un triángulo de diez coma cinco, diez coma cinco y quince.
Norma: - ¡Muy bien Caro!	
	Carolina: - En el tercero yo probé, sin decimales, y me dio lo mismo. $6 + 6 + 6 = 18$ $12 + 12 + 12 = 36 \quad 18 \times 2 = 36$ $6 + 6 + 8 = 20$ $12 + 12 + 16 = 40$ $5 + 6 + 8 = 19$ $10 + 12 + 16 = 38 \quad 19 \times 2 = 38$
Norma : - ¿Todos resolvieron igual?	
	Los otros alumnos de 6°: - Sí, pero con otros números.

Finalizados los comentarios sobre los problemas, la maestra les informó que continuarían trabajando sobre triángulos en la resolución de otros problemas, y organizó cuatro grupos:

Grupo 1: los tres alumnos de 4° año . A1³, Eric (A2), Juli (A3)

Grupo 2: cuatro alumnos de 5° año. Segundo (A4), Ale (A5), Irina (A6), Jonathan (A7).

Grupo 3: un alumno de 5° y dos de 6° año. Carolina (A8, de 6°), Ana (A9, de 5°), A10

Grupo 4: un alumno de 5° y dos de 6° año. A11(6°), A12(5°), Rosa (A13, 6°)

Esta distribución se realizó teniendo en cuenta los conocimientos disponibles de los alumnos en relación con los problemas a resolver.

Los Grupos 1 y 2 se ubicaron en un sector del aula y los Grupos 3 y 4 en otro.

Norma (con los Grupos 1 y 2): – El otro día vimos distintos tipos de triángulos, equiláteros, isósceles no equiláteros y escalenos. Cada uno dibuje un triángulo y anote las medidas que usó para los lados. Pónganse de acuerdo para que tengamos triángulos de todas las clases. Mientras ustedes dibujan yo voy a dar la consigna a los otros grupos.

Los alumnos se ponen a trabajar, todos usan papel cuadriculado.

Norma (con los Grupos 3 y 4): – Hice unas ampliaciones de los triángulos que usamos el otro día. Cada uno de ustedes va a recibir una copia y, sin que sus compañeros de grupo la vean, tiene que escribir en una hoja las instrucciones para que otro compañero dibuje un triángulo que pueda superponerse con el original. Cuando todos los del grupo terminen, se pasan las hojas y cada uno dibuja siguiendo las instrucciones. Recuerden que no se pueden pedir aclaraciones. Después vamos a superponer los dibujos y veremos qué pasó.

Cada grupo se organiza, buscan hojas y comienzan a escribir. Un alumno de 6° se acerca a la maestra para preguntarle si “vale usar transportador” y ella

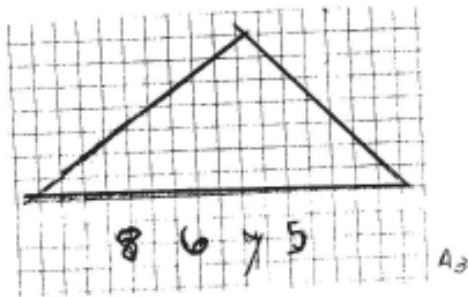
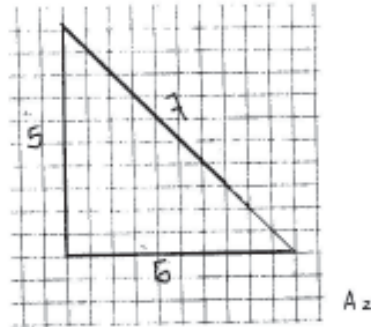
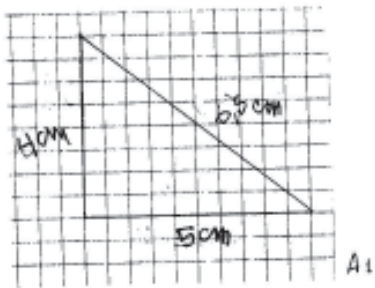
³ En esta experiencia participaron dos observadores externos, uno que observó a los Grupos 1 y 2 y otro a los Grupos 3 y 4, que luego se reunieron para la redacción del informe definitivo con la maestra. Para facilitar la toma del registro, los alumnos se identificaron : A1, A2, A3, ... A13.

asiente con la cabeza.

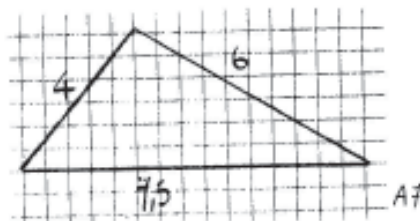
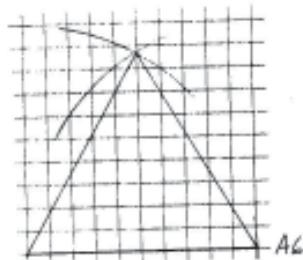
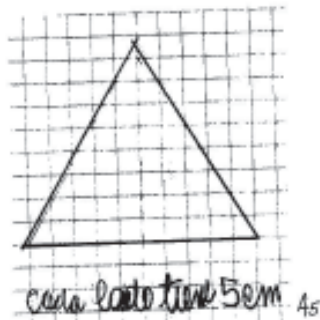
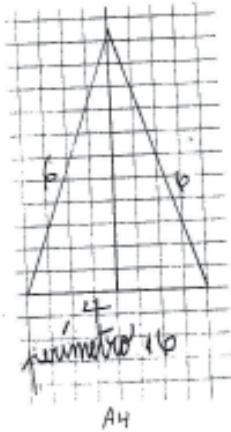
Después de darles un tiempo para que trabajaran, Norma se acercó a observar detenidamente el trabajo de los primeros grupos.

Los alumnos de los Grupos 1 y 2 dibujaron:

Grupo 1



Grupo 2



Norma: - ¿Cómo anduvieron esos dibujos?... ¿Qué pasó con tu sacapuntas Juli?	
	Juli (4°): - No sé, no lo encuentro.
	Eric (4°): - Siempre pierde todo.
N: Y esas medidas, ¿te parece que están bien?	
	Juli: - Más o menos, en la regla no se ve bien.
N: - Me parece que vamos a tener que trabajar un poco más con tus dibujos. A ver los otros, ... ¡Bravo Irina! Te animaste con el compás ¿De cuánto dibujaste los lados?	
	Irina (5°): - ¡Me olvidé de anotarlo! Son de seis.
	Segundo (5°): - ¿No había que hacer el perímetro?
N: -No hacía falta, pero igual está muy bien. ¿Se animan todos a calcular sus perímetros sin escribir las cuentas?	
	Eric: - ¡Diecisiete!
	Ale (5°): - ¡Quince!
	Irina: - ¡Dieciocho!
	A1 (4°): - Me va a dar con coma cinco, ¿puede ser?
	Jonathan (5°): - Claro, a mí me da diecisiete coma cinco.
	A1: - Entonces, son ... nueve... quince coma cinco.
	Juli: - La cuenta da diecinueve, pero las medidas no estaban muy bien.
N : -¡Muy bien! pero hoy no vamos a seguir con el perímetro sino que nos vamos a ocupar de los lados. ¿Creen que siempre se puede construir un triángulo si se tienen tres medidas?	
	Algunos: - ¡Claro!
	Eric: -¿Cómo?

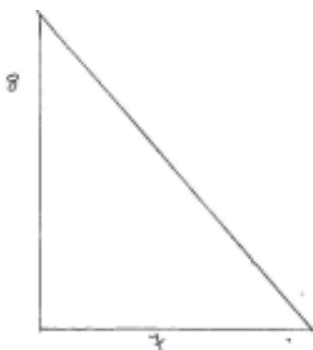
N : - Supongamos que yo pienso tres números cualquiera ¿creen que se puede construir un triángulo que tenga esas medidas?	
	Segundo : - Yo creo que sí. A1: Seguro, ¿por qué no se va a poder?
N : - Bueno, yo les voy a dar unos materiales para que investiguen y después me cuentan qué descubren.	
	Irina a Jonathan: -¿Será que no se puede?

La maestra entrega al Grupo 1 una caja con palitos de madera para que, tomando tres al azar, vean si pueden armar un triángulo y al Grupo 2 una bolsa con papelitos, en los que están escritas distintas cantidades, para que cada uno saque tres e intente dibujar un triángulo con esos datos.

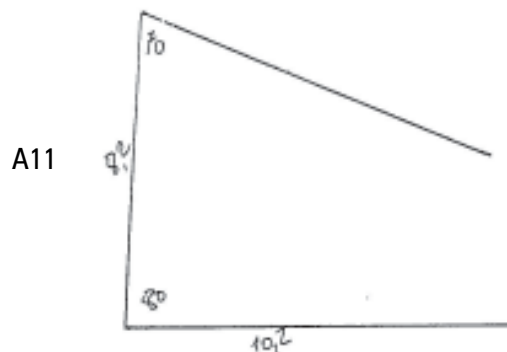
La caja tenía: cuatro palitos de 4 cm, tres de 5 cm, dos de 7 cm, dos de 8 cm, uno de 10 cm y otro de 12 cm.

Los papelitos tenían escrito: 3 cm; 3,5 cm; 4 cm; 4 cm; 4 cm; 5 cm; 5 cm; 6 cm, 7 cm, 7,5 cm; 8 cm; 8 cm; 9 cm; 9 cm; 10 cm.

Norma se acerca a los otros dos grupos que están comparando sus resultados. Los alumnos dibujaron:



A10



A11

N : - ¿Qué pasó con los mensajes?	
	Carolina (6 °): - Casi perfecto. Con el A no hubo problemas, yo le dí los lados a Ana y quedó igual.
	A10 (6 °): - Se dice congruente.
	Carolina (6 °): - A mí el C me dio casi congruente porque las medidas de los lados no estaban exactas.
	A10: - A mí me tocó construir el B, pero no me da. Ana dice que tiene un ángulo recto, un lado de ocho, otro de siete y uno de cuatro coma dos. A mí me dan bien los lados de siete y de ocho pero el otro me da como de diez coma cinco.
N : - ¿Y el otro grupo?	
	A12 (5°): - Yo hice el A y me quedó parecido pero un poco más grande.
	Rosa (6°): - Yo hice el B y quedó bien.
	A 11(6°): - A mí no se me juntan los lados.
N : - Bueno, me parece que lo mejor es que se agrupen por parejas, según el triángulo que les tocó construir, y que comparen las figuras originales, las construcciones y los mensajes para ver si descubren qué falló.	

Los alumnos del Grupo 1 van a buscar a la maestra porque todos pudieron armar su triángulo.

(Los palitos que tomaron fueron:

A1 : 8 cm, 10 cm, 12 cm

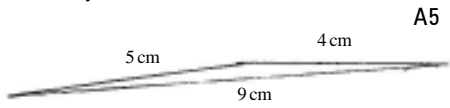
A2 : 4 cm, 5 cm, 7cm



A3: 4 cm, 4 cm, 5cm.)

	Todos: - Norma, ¡se puede!
N: - ¿Creen que pasará lo mismo si sacan otros palitos?	
	A1 y Eric (4°): - Seguro.

N: - ¿Y cuántos triángulos distintos pueden formar con estos nueve palitos?	
	Eric: - ¡Un montón!
N: - Bueno, dibujen los que ya hicieron, anoten las medidas y después vayan probando para ver cuántos pueden hacer.	

En el Grupo 2 se plantea una discusión. Los alumnos A4 y A6 dibujaron sus triángulos: uno de 6cm, 5 cm y 4 cm de lado, y el otro de 7,5 cm, 7 cm y 3,5 cm; A7 no pudo construirlo pues tenía como datos 3 cm ; 4 cm y 8 cm y A5, que tenía 5 cm, 4 cm y 9 cm dibujó un triángulo muy aplanado.

Norma : - ¿Qué pasa?	
	Irina (5°): - Ale dice que a él le da y no puede ser. Ale (5°) : - Cómo no va a poder ser si acá lo tenés dibujado. 
	Irina : - Lo que pasa es que está desprolijo, si hacés la cuenta vas a ver que no te da. Ale : - Norma no nos dijo que hiciéramos ninguna cuenta. (Segundo mira sin entender de qué hablan)
N : - Irina, ¿por qué decís que la cuenta no da?	
	Irina : - Porque cuatro más cinco es justo nueve y entonces quedan unos lados arriba del otro. Ale : - Si probás vas a ver que te da un triángulo achatado. Irina : - No puede ser. Jonathan (5°): - Yo no los pude juntar, porque los míos no se tocaban, pero yo creo que si se tocan te da triángulo.
N : - Veamos tu dibujo. ¿Cómo lo hiciste?	

	<p>Jonathan: - Primero hice el de ocho y después fui buscando con la regla tratando de juntar el de tres con el de cuatro.</p> <p style="text-align: center;">A7</p> 
N: - Veamos qué pasa si usamos el compás.	
	<p>Jonathan: (después de hacer el dibujo) - Imposible que te dé.</p>
	<p>Segundo : - Si agrandamos uno de los lados podemos hacer que se junten.</p>
N: - ¿Cuál agrandarías? ¿Cuánto?	
	<p>(Segundo prueba haciendo marcas sucesivas con el compás.)</p> 
	<p>Irina: - Ves lo que te decía, se van acercando, pero para que se forme el triángulo estos dos lados juntos tienen que ser más que el otro.</p>
	<p>Ale : ...</p>
	<p>Jonathan: - Claro, no daba porque tres más cuatro es menos que ocho.</p>
	<p>Segundo : - Para mí que Irina tiene razón.</p>
N: - ¿Vos qué decís Ale?	
	<p>Ale: - No sé, tendría que hacer de nuevo el dibujo.</p>
N: - Podés probar con diez, cinco y quince. ¿Pasará lo mismo?	

Al realizar el nuevo dibujo, donde no se formó un triángulo, Ale pareció quedar algo más convencido. En ese momento se acercaron los alumnos de 4º año con algunos palitos.

	A1, Eric y Juli: - No pudimos hacer triángulos con todos.
	A1 : - Ves, si ponés estos tres (4, 4 y 10) no alcanza y si ponés así tampoco porque queda justo. (4, 4 y 8) (Ale mira los palitos sin decir nada)
N : - Me parece que ya se dieron cuenta todos de que para formar un triángulo no puede haber ningún lado que sea mayor, ni tampoco igual, que la suma de los otros dos. Peguen sus trabajos en el cuaderno y anoten las conclusiones que voy a ver si los chicos terminaron.	

Norma se acerca a las parejas que ya están conversando entre sí.

N: - ¿Y, descubrieron algo?	
	A12 (de 5º, que trabajó con Ana, también de 5º): - Si tenés todos los lados no hay problema pero todos los ángulos no sirve porque sale de cualquier tamaño.
	A10 (trabajó con A13): - A Rosa le dio porque en su mensaje decía que el ángulo recto estaba entre los lados de cuatro coma dos y siete, y en el mío no decía nada.
	A11 (trabajó con Carolina): - No me daba porque puse mal los ángulos. Si hacés primero los lados, los ángulos no te importan, pero si se empieza con lados y ángulos tenés que saber cómo van.
N: - Bueno y entonces ¿qué datos hay que saber para construir un triángulo congruente con otro?	

	Ana(5°): - Con los tres lados es lo más fácil.
	Rosa: - Con tres ángulos no alcanza, hay que decir también cuánto miden los lados.
	A11: - Pero hay que decir cómo van porque si no sale cualquier cosa.
N : - Muy bien, anoten sus conclusiones.	

Para terminar la clase Norma reunió a todos y le pidió a Segundo que contara lo que habían descubierto y cómo se habían dado cuenta y a Ana que mostrara el triángulo que había dibujado y cómo lo había hecho.

Como tarea, Norma les dijo a los chicos de 5° que revisaran las respuestas al problema 2 que habían corregido al iniciar la clase, y dejó para pensar las siguientes preguntas:

Para los Grupos 1 y 2:

-Dibujé un triángulo isósceles y sólo voy a decirles que un lado mide 3,5 cm y otro 8 cm. No les digo cuál es el que está repetido. ¿Pueden decirme con seguridad cuál es su perímetro?

Para los Grupos 3 y 4:

- Ustedes vieron que si se dan como datos todos los ángulos no es suficiente para construir un triángulo congruente con otro, y si se agregan todos los lados, ya no hace falta la información sobre ángulos. ¿Creen que alcanza con tener como datos dos lados y un ángulo? ¿Y dos ángulos y un lado?



Hasta aquí Usted ha leído el registro de una situación de clase. A continuación, le proponemos que tome esa situación como objeto de análisis a través de actividades planteadas desde distintas perspectivas.

Es probable que pese a haber leído con mucha atención el relato que antecede, Usted necesite revisar el texto y sus anotaciones para realizar las actividades que a continuación le proponemos. Puede hacerlo leyendo los párrafos que corresponden sólo a los grupos mencionados en cada caso.

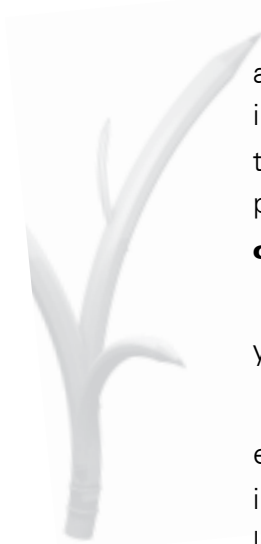
Las características de un buen problema

Actividad 2.1

En el ejemplo anterior, la clase de Segundo Ciclo se inicia con la puesta en común de las respuestas a la tarea. Considere los problemas que habían quedado pendientes..

- ¿Qué conocimientos se necesitan para resolverlos?
- ¿Qué criterio/s considera que pudo tener en cuenta la maestra para seleccionar los problemas y para asignarlos a los distintos grupos de alumnos?
- En los tres casos es posible encontrar varias soluciones o varias formas de resolverlos. Registre, para cada uno, por lo menos dos respuestas posibles.

Para tener en cuenta



Seguramente Usted habrá observado que los problemas, además de relacionar distintos contenidos (utilización de instrumentos de geometría, perímetro de cuadriláteros y triángulos, distintos tipos de triángulos, cambio en el perímetro por variación de los lados) tienen **distinto nivel de complejidad**.

En el primer caso se trata de realizar mediciones muy sencillas y calcular perímetros en forma directa.

En el segundo se plantea el problema inverso, ya que el dato es el perímetro y se pregunta por los lados. En este caso resulta interesante observar si al ejemplificar medidas posibles para los casos b) y c) sólo aparecen valores enteros o se utilizan

expresiones decimales.

El tercer problema, si bien tiene una única solución, puede resolverse con distintos procedimientos. Es posible: dibujar algunos ejemplos y medir para verificar, registrar algunos ejemplos numéricos y calcular los perímetros o plantear una expresión general para el cálculo del perímetro y verificar utilizando las propiedades de las operaciones, por ejemplo: $2a + 2b + 2c = 2(a + b + c)$. Si bien esta última forma de justificar no es propia del segundo ciclo, sí es posible presentar problemas de este tipo que promuevan la enunciación de algunas generalizaciones.

Es interesante destacar que, al asignar a los alumnos de quinto año un problema en común con los alumnos de 4º año y otro con los de 6º, el intercambio se dinamiza y se favorece el establecimiento de nuevas relaciones.



Usted ha analizado algunos problemas que fueron presentados a los alumnos de la clase registrada.

El siguiente texto le permitirá encontrar criterios acerca de lo que se considera en Matemática “un buen problema”

En la resolución de estos problemas los alumnos emplearon conocimientos anteriores y, a la vez, anticiparon cuestiones que se desarrollarían en la clase. De este modo la “tarea” se articula con el trabajo en clase y facilita el establecimiento de relaciones entre contenidos. Por otra parte, estos problemas cumplen con algunas de las condiciones que plantea Régine Douady para los problemas que se utilizan en la construcción de nuevos aprendizajes. Por esta razón, y dado que uno de nuestros principales desafíos como docentes de Matemática es la elección de problemas adecuados para nuestros alumnos, transcribimos un fragmento de esta autora en el que se caracterizan las condiciones de un “buen problema”.

“(…) Condiciones para los problemas utilizados en el aprendizaje⁴

La resolución de problemas juega un rol fundamental en el aprendizaje.

Durante distintos momentos del aprendizaje, los problemas cumplen funciones distintas:

- 1- favorecer la construcción de nuevos aprendizajes (a través de las distintas fases de acción, formulación, validación, institucionalización, descritas en el párrafo precedente⁵).
- 2- brindar diversas ocasiones de empleo de los conocimientos anteriores y así determinar su dominio de eficacia y de validez.

Expuestas las hipótesis sobre la construcción de los conceptos desarrolladas en el primer párrafo, elegiremos, para responder a la primera función, problemas que cumplan ciertas condiciones:

- el enunciado es fácil de comprender y el alumno es capaz de visualizar una respuesta al problema; esto es independiente de su capacidad para proponer una (esta condición es válida para todos los problemas).
- la respuesta no es evidente pero teniendo en cuenta sus conocimientos, el alumno puede intentar un procedimiento de respuesta parcial.
- para responder totalmente al problema, el alumno deberá construir el conocimiento sobre el cual el maestro focaliza el aprendizaje.
- el problema es rico, la red de conceptos implicados es bastante importante, pero no demasiado, de tal modo que el alumno no pierda el control de la complejidad.

⁴ Douady, Régine (1986) Aprendizaje de los números decimales, traducción de Norma Saggese en Matemática 1 Curriculum Académico Maestros de Educación Básica, Ministerio de Educación y Justicia. 1988

⁵ En el Anexo 2 se encuentra el texto completo del artículo.

- el problema es suficientemente abierto para que el alumno pueda visualizar preguntas no formuladas en el texto y utilizar distintos procedimientos.

Asimismo las posibilidades que se le ofrezcan no deben ser tantas que él no pueda realmente hacer una selección. Estas condiciones eliminan problemas puntuales en los que sólo es posible un procedimiento.

- el problema puede formalizarse por lo menos en dos marcos, cada uno con su lenguaje, marcos entre los que se sepa establecer correspondencias. "

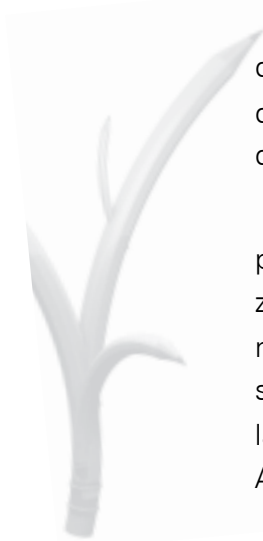
El intercambio de ideas entre los grupos del plurigrado

Actividad 2.2

Considere la propuesta de actividades y el trabajo realizado por los Grupos 1 y 2.

- Compare las construcciones realizadas por los alumnos a partir de la primera consigna. Registre todas sus observaciones.
- ¿Qué modificaciones en la consigna podrían haber promovido otro tipo de procedimientos de construcción?
- Al leer el registro Usted habrá identificado, seguramente, momentos de acción, formulación, validación e institucionalización. ¿Qué tipos de validaciones aparecen? Marque en el texto algunos ejemplos. Si lo necesita puede consultar el Anexo 2, que se cita al pie de la página anterior.

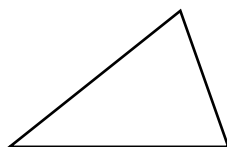
Para tener en cuenta



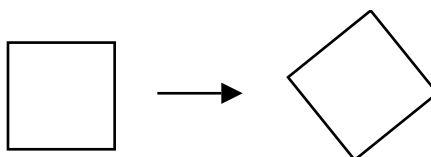
Al reflexionar sobre las características de las producciones de los alumnos y algunos aspectos del enfoque didáctico del desarrollo de la clase, **tenga en cuenta** las observaciones que siguen.

Para comparar las construcciones resulta significativa la posición en la que aparecen todos los dibujos- con un lado horizontal apoyado sobre un renglón-. Si bien el propósito de la maestra no era detenerse en las estrategias de construcción, sino dirigir la atención de los alumnos a la consideración de los lados como datos, es posible plantear algunas advertencias. A saber:

La observación reiterada de dibujos en una misma posición obstaculiza la comprensión de las características que definen a la figuras representadas. Por ejemplo, muchos alumnos tienen dificultades para identificar un triángulo isósceles dibujado en esta posición:



o piensan que un cuadrado de papel "se convierte en rombo" cuando se lo gira:



En este sentido variar los recursos para representar o realizar modelos resulta una buena opción: hojas lisas de distintos tamaños, modelos dinámicos realizados con banditas elásticas o varillas articuladas, software con capacidades gráficas,...

Otra estrategia, si no cuenta con muchos recursos en la escuela, es realizar con tiza dibujos "gigantes" en el patio y hacer sus moldes en papel de diario o recortar figuras de papel para pegar en distintas posiciones en la pared.

Los instrumentos que los alumnos utilizan espontáneamente para la construcción también dan cuenta de la comprensión de las nociones puestas en juego. Por ejemplo: el procedimiento utilizado por Segundo y Ale implica un cierto conocimiento de la simetría de la figura (aunque es probable que esto no pueda ser explicitado), mientras que el uso del compás no resulta significativo para Juli y Jonathan pues utilizan la regla para dibujar sus triángulos "a ojo" (para muchos alumnos el compás sólo sirve para "hacer redondeles")

El trabajo con construcciones, cuando se plantea a través de la resolución de problemas, permite poner en juego las características de las figuras.

Con respecto a las formas de validación, las mismas consignas y recursos que da la maestra llevan fundamentalmente a validaciones de tipo empírico:

A1 : - Ves, si ponés estos tres (4, 4 y 10) no alcanza y si ponés así tampoco porque queda justo. (4, 4 y 8)

Jonathan: - Yo no los pude juntar, porque los míos no se tocaban, pero yo creo que si se tocan te da triángulo.

En el caso de Ale aparece una situación interesante, el dibujo "prueba" algo falso para la figura:

Ale : - Cómo no va a poder ser si acá lo tenés dibujado.

Para los niños en esta etapa de la escolaridad los dibujos "son" las figuras, es más, casi todo el aprendizaje de las nociones geométricas se apoya en el análisis de dibujos particulares.

La posibilidad de distinguir el dibujo del objeto geométrico que representa está totalmente condicionada por el tipo de situaciones que se plantean en el medio escolar. Si bien esta comprensión necesitará de un largo proceso, que se fortalecerá en el Tercer Ciclo de EGB, es importante comenzar a plantear situaciones en las que la toma de decisiones dependa más del conocimiento geométrico y menos de comprobaciones experimentales.

Si volvemos al análisis de la clase, podemos descubrir en los argumentos de Irina un modo diferente de pensar:

Irina : - Porque 4 más 5 es justo 9 y entonces quedan unos lados arriba del otro.

Apoyarse en relaciones aritméticas le permite anticipar la imposibilidad de la construcción.

En este sentido resulta importante tener en cuenta estas diferencias al organizar agrupamientos para realizar distintas actividades. En el caso de Ale, por ejemplo, podría trabajar con alguno de los chicos de 4º al iniciar un tema nuevo, apoyándose en comprobaciones empíricas y, en otra oportunidad, podría trabajar con Irina, sobre un tema conocido, para avanzar en sus modos de argumentar.

Actividad 2.3

Considere la propuesta de actividades y el trabajo realizado por los Grupos 3 y 4.

- Si bien no se cuenta con los mensajes elaborados por los alumnos, es posible inferir la información que contenían, o al menos una parte de ésta, comparando los diálogos y los dibujos.

Registre qué datos supone usted que cada alumno tenía para realizar su construcción.

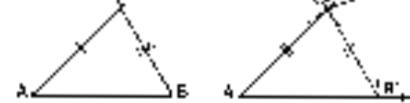
- Considere el siguiente texto y compare su propuesta con la desarrollada en la clase desde los enfoques didácticos que las orientan. Registre todas sus observaciones.

Criterios de congruencia

Por ejemplo, que dos triángulos sean congruentes no es necesario construir la segunda copia de los datos que se dan. Los datos que se dan en un triángulo son los elementos que se construyeron para construirlo.

Entre esos datos, uno de ellos debe figurar por lo menos un lado.

Primera copia



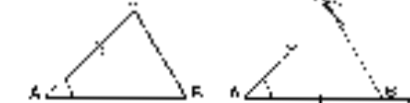
El triángulo $A'B'C'$ se lo construye teniendo como datos los dos lados de $A'B'C'$.

$$\begin{matrix} \text{L} & \text{D} \\ \text{L} & \text{D} \end{matrix} \Rightarrow \text{Lado} = \text{Lado}$$

Si se copian los datos de $A'B'C'$ sobre $A'B'C'$ se obtiene que:

$$\left. \begin{matrix} \text{L} & \text{D} & \text{L} & \text{D} \\ \text{D} & \text{C} & \text{D} & \text{C} \\ \text{L} & \text{D} & \text{L} & \text{D} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle A'B'C' \cong \triangle A'B'C'$$

Segunda copia



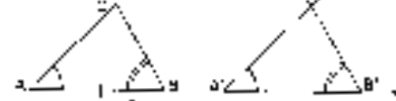
El triángulo $A'B'C'$ se lo construye teniendo como datos los ángulos de $A'B'C'$ y un lado cualquiera.

$$\begin{matrix} \text{L} & \text{A} & \text{L} & \text{A} \\ \text{L} & \text{B} & \text{L} & \text{B} \\ \text{L} & \text{C} & \text{L} & \text{C} \end{matrix} \Rightarrow \text{Lado} = \text{Lado}$$

Si se copian los datos de $A'B'C'$ sobre $A'B'C'$ se obtiene que:

$$\left. \begin{matrix} \text{L} & \text{A} & \text{L} & \text{A} \\ \text{L} & \text{B} & \text{L} & \text{B} \\ \text{L} & \text{C} & \text{L} & \text{C} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle A'B'C' \cong \triangle A'B'C'$$

Tercera copia



El triángulo $A'B'C'$ se lo construye teniendo como datos un lado y dos ángulos de $A'B'C'$.

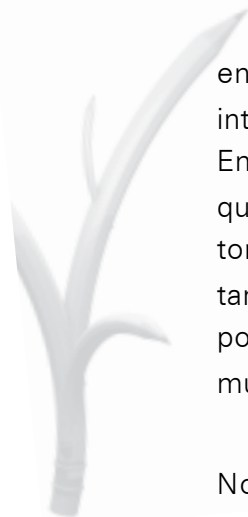
$$\begin{matrix} \text{L} & \text{A} & \text{L} & \text{A} \\ \text{L} & \text{B} & \text{L} & \text{B} \\ \text{L} & \text{C} & \text{L} & \text{C} \end{matrix} \Rightarrow \text{Lado} = \text{Lado}$$

Si se copian los datos de $A'B'C'$ sobre $A'B'C'$ se obtiene que:

$$\left. \begin{matrix} \text{L} & \text{A} & \text{L} & \text{A} \\ \text{L} & \text{B} & \text{L} & \text{B} \\ \text{L} & \text{C} & \text{L} & \text{C} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle A'B'C' \cong \triangle A'B'C'$$

- Tenga en cuenta la pregunta que se plantea a cada grupo como tarea ¿piensa que la maestra se propone formalizar los criterios de congruencia de triángulos.

Para tener en cuenta



La organización de la clase promueve el intercambio de ideas entre los alumnos que tienen que explicar sus mensajes, intercambiar opiniones y descubrir el punto de vista del otro. En este marco la interacción entre pares resulta más productiva que la que se da en general con el maestro. Cuando el interlocutor conoce no sólo la respuesta al problema planteado sino también los distintos caminos para resolverlo, los esfuerzos por ordenar las ideas y expresarlas de manera clara no tienen mucho sentido.

Seguramente usted habrá notado que las intervenciones de Norma durante la clase son mínimas y sólo conducen a mantener la actividad orientada hacia la resolución del problema propuesto.

Al respecto el Diseño Curricular de la Provincia de Buenos Aires resulta muy explícito en sus orientaciones:

“La comunicación de las experiencias que se desarrollan en Matemática es un elemento significativo para la construcción del conocimiento. Por ello, se impone promover el fortalecimiento y enriquecimiento de los procesos de comunicación propios de cada alumno en relación con los contenidos matemáticos. La competencia lingüística que se espera alcanzar en los sucesivos niveles de escolarización ofrece oportunidades para el desarrollo de la palabra como herramienta creadora, en el campo matemático. La misma competencia hace evidentes los grados de comprensión y conceptualización que van alcanzando los alumnos en relación con los contenidos matemáticos abordados.”

Las situaciones de comunicación como la desarrollada en la clase suponen la necesidad de avanzar en el conocimiento de las figuras en tanto requieren la identificación de los elementos y de las relaciones que las caracterizan.

“ (...) la producción de mensajes da lugar a la elaboración de

propiedades que permiten caracterizar una figura y del vocabulario necesario para formular dichas propiedades. En el curso de la actividad, los niños recurren a la experimentación (superposición de dibujos) para controlar el resultado de sus acciones; este control pone muchas veces en cuestión sus propias conceptualizaciones dando lugar a nuevas elaboraciones y, por lo tanto, a anticipaciones más ajustadas.”⁶

Aparentemente en algunos de los mensajes sólo aparece información sobre los lados “yo le dí los lados a Ana y quedó igual”, en otro sólo sobre los ángulos “Yo hice el A y me quedó parecido pero un poco más grande”, y en otros se indican datos sobre lados y ángulos con distintas niveles de explicitación de las relaciones entre ambos “Ana dice que tiene un ángulo recto, un lado de 8, otro de 7 y uno de 4,2”, “A Rosa le dio porque en su mensaje decía que el ángulo recto estaba entre los lados de 4,2 y 7, y en el mío no decía nada”.

Las estrategias de construcción también dan cuenta del conocimiento que tienen los alumnos de las relaciones entre lados y ángulos de un triángulo: “No me daba porque puse mal los ángulos. Si hacés primero los lados, los ángulos no te importan, pero si se empieza con lados y ángulos tenés que saber cómo van.”

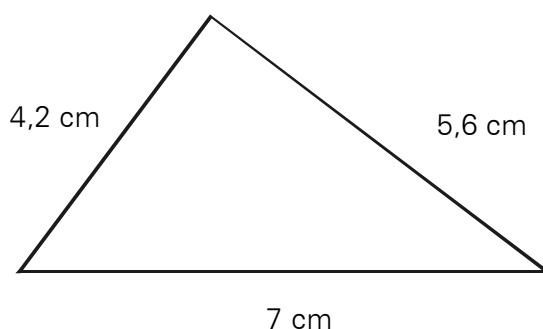
Cabe destacar que el valor de esta clase de situaciones reside más en el tipo de abordaje que se realiza de los conocimientos geométricos que en los resultados inmediatos de la experiencia.

La organización de secuencias de actividades de este tipo permite que los mensajes vayan evolucionando hacia formulaciones más precisas, que den lugar a la construcción de **un único dibujo** con la mínima cantidad de informaciones.

⁶ GCBA Secretaría de Educación Dirección de Currícula (1998) La enseñanza de la Geometría en el Segundo Ciclo. Documento de Trabajo N° 5 Matemática.

En este sentido es importante advertir que el “éxito” en el intercambio de mensajes no implica necesariamente la pertinencia del mensaje desde el punto de vista matemático. Es posible que las concepciones de los alumnos sean tales que un mensaje “defectuoso” dé lugar al resultado esperado, en tanto se superponen las figuras, pero sea poco fructífero desde el punto de vista del aprendizaje, en tanto no permite una reelaboración de los conocimientos puestos en juego.

Por ejemplo, en el caso del triángulo B, podría haber ocurrido que un mensaje del tipo “El triángulo tiene un lado de 4,2 , otro de 7 y un ángulo recto” diera lugar a un dibujo que se superpusiera con el original - Es frecuente que las construcciones de triángulos rectángulos se realicen a partir de los catetos y tomando como guía la hoja de papel cuadriculado - . Sin embargo, también es posible construir otro triángulo con esos datos que no resulta congruente con B.



Si esto ocurre es necesario plantear la discusión con los alumnos sobre todos los dibujos que pueden realizarse con esa información y, en el caso de este ejemplo particular, revisar la presencia de construcciones estereotipadas tanto en las producciones de los alumnos como en los textos que usan.

Con respecto al enfoque didáctico es interesante considerar una problemática particular de la enseñanza de la Geometría que se pone en evidencia al analizar las distintas propuestas:

“Una de ellas está vinculada a la forma en que son presentados los objetos geométricos, e incluso las demostraciones: el docente asume que su responsabilidad es “mostrar” el objeto a enseñar, o bien “mostrar” cómo es la demostración del teorema de Pitágoras, por ejemplo. A su vez, asume implícita o explícitamente que el alumno debe poder “ver” lo que constituye el nudo de ese problema. Este tipo de presentación es conocido con el nombre de **presentación ostensiva**.

Es bien conocido que los alumnos no siempre ven lo que el docente quiere mostrar, en consecuencia, el docente debe “hacer ver”. En este tipo de situaciones, los objetos involucrados no siempre son los mismos para los alumnos que para los docentes.”⁷

El ejemplo del texto corresponde a un contenido -congruencia de triángulos- que se va a formalizar durante el Tercer Ciclo de EGB, pero permite ver claramente la diferencia de enfoques.

Con respecto al último apartado de la Actividad 2.3, si se consideran las propuestas seleccionadas, la gestión de la clase y los objetivos acordados con la directora para el trabajo de la

⁷ Documento de Base N°3 Capacitación para Supervisores de Educación General Básica. Consejo General de Cultura y Educación. Dirección General de Educación. Provincia de Buenos Aires.

semana, podemos suponer que la maestra tiene como propósito volver sobre los mensajes para discutir cuál es la mínima información que se requiere para la construcción y no formalizar los criterios de congruencia. También contribuyen a sostener esta hipótesis los contenidos y expectativas de logro del Diseño Curricular para este ciclo:

Contenidos:

Figuras: elementos y propiedades de triángulos y cuadriláteros.

Construcciones con regla y compás.

El uso de vocabulario geométrico adecuado en la denominación, explicación y definición de conceptos y relaciones.

Expectativas de Logro

Clasificación y construcción de formas planas y espaciales, utilizando estrategias basadas en las propiedades y empleando útiles geométricos pertinentes a la situación planteada.



Usted encontrará otras propuestas de “situaciones de comunicación” en las que un grupo de niños (receptor), debe elaborar un mensaje para que otro grupo (receptor) pueda realizar eficazmente determinado dibujo geométrico y progresar en el análisis de las propiedades involucradas en el apartado C. Dictado de figuras del Documento N°3-2001 “Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría” de la Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, Dirección de Enseñanza Primaria.

Recomendamos también la lectura del apartado “Notas sobre el trabajo con los docentes” del mismo documento. En él encontrará interesantes reflexiones acerca de las preguntas que suelen hacerse los docentes en relación con la enseñanza de la geometría.

Actividades de cierre

1

La que sigue es la grilla que figura, a modo de síntesis, en el último párrafo de la primera parte del módulo, en la que se han incorporado símbolos para identificar las casillas.

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Recolección	R1	R2	R3
Gráfico	G1	G2	G3
Interpretación	I1	I2	I3

La tarea consiste en indicar un ejemplo de actividad que corresponda a cada casilla.

2

En la segunda parte del Módulo Usted trabajó sobre el registro de una clase de Geometría en el Segundo Ciclo y analizó en profundidad algunos aspectos de lo ocurrido en los distintos grupos. Le proponemos ahora que considere la organización de la clase en su conjunto.

- ¿Cuáles son los contenidos abordados en la clase?
- ¿Qué criterio/s considera que pudo tener en cuenta la maestra para organizar los subgrupos de trabajo?
- Analice las situaciones presentadas a los alumnos por la maestra teniendo en cuenta la caracterización de un buen problema planteada por Régine Douady.

Orientaciones para la autocorrección

CLAVES



Los ejemplos que corresponden a R1, R2 y R3 se encuentran uno a continuación del otro en las páginas 26 y 27 del Módulo.

Los ejemplos que corresponden a G1, G2 y G3 pueden consultarse en la página 29 del Módulo.

Usted debe haber pensado cómo llenar las casillas I1, I2 e I3, incorporando la lectura e interpretación de los mismos gráficos que fueron realizados en los niveles correspondientes.



a) Entre los contenidos previstos en el Diseño Curricular para el Segundo Ciclo, que fueron abordados en la clase, pueden destacarse:

Nociones geométricas:

Figuras: elementos y propiedades de triángulos.

Clasificación, reproducción y descripción de figuras.

Utilización de instrumentos de geometría.

Uso de vocabulario geométrico adecuado.

Planteo de hipótesis simples sobre la base de la observación, experiencia e intuición.

Eje de la Formación Ética

Autonomía: Pensamiento lógico, reflexivo y crítico.

Convivencia: Actitud de tolerancia y colaboración ante los errores y dificultades de los otros

b) Una primera diferenciación aparece relacionada con el contenido y el tipo de actividad propuesta.

Los Grupos 1 y 2 deben explorar la posibilidad de formar o construir un triángulo dados tres segmentos. Si bien en los dos casos, los alumnos se apoyan en comprobaciones empíricas, éstas son de distinta naturaleza. Los alumnos de 4° año utilizan palitos de madera en tanto los de 5° año se enfrentan a un problema de construcción.

La consigna para los Grupos 3 y 4 implica un problema de comunicación y construcción de triángulos que requiere un mayor nivel de autonomía, donde son los alumnos quiénes deben elegir los datos que van a utilizar.

Por otra parte, aparecen algunas intervenciones de los alumnos durante la clase que muestran distintos modos de argumentar frente a un mismo problema. Estas diferencias seguramente fueron tenidas en cuenta por la maestra al organizar los grupos.

c) Las situaciones fueron fáciles de comprender y los alumnos fueron capaces de iniciar la tarea confiando en que podrían resolverla.

Las respuestas no eran evidentes y todos pudieron intentar algún procedimiento para encontrarlas.

Los conocimientos necesarios para responder totalmente a los problemas no se habían aprendido antes, sino que se avanzó en su construcción a través de la resolución de los mismos.

Las situaciones eran abiertas, en tanto no suponían una única estrategia para abordarlas, y las intervenciones de los alumnos dieron cuenta del trabajo en distintos marcos:

“Si agrandamos uno de los lados podemos hacer que se junten”.

“Ves, si ponés estos tres (4, 4 y 10) no alcanza y si ponés así tampoco porque queda justo. (4, 4 y 8)”

“Claro, no daba porque $3 + 4$ es menos que 8.”



Anexos

SUGERENCIA DE LECTURAS Y ACTIVIDADES

Durante la lectura de este Módulo Usted habrá encontrado referencias que remiten a la lectura de textos de otros autores. En estos Anexos se transcriben los artículos mencionados y además encontrará algunas sugerencias acerca de cómo desarrollar otros contenidos en las aulas de grados múltiples.

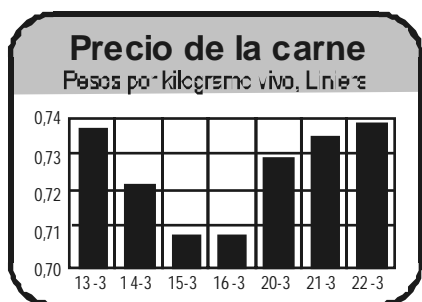
Si Usted está interesado en profundizar sus conocimientos, le recomendamos estas lecturas. En el caso de las actividades, recuerde que solo se trata de sugerencias que Usted puede modificar en función de las características de su grupo de alumnos.

La inclusión de las nociones de estadística en la EGB.

En el mundo de hoy no se puede hojear un diario o una revista de divulgación científica sin notar la presencia de la *Estadística*.

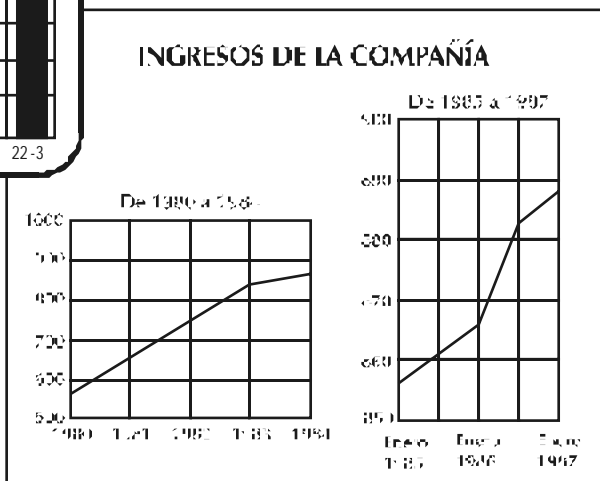
Muchas informaciones se presentan con datos numéricos: las cifras del costo de vida, la producción industrial, las ventas de un producto, las tendencias previas a una elección, llenan los diarios de gráficos que, a veces, muestran sólo una parte de la realidad. La información que transmiten los medios está marcada por las ideas de quienes los dirigen y muchos gráficos pueden destacar un aspecto sobre otro u omitir una parte de la información.

En este sentido la inclusión de la Estadística en la escuela es fundamental por su contribución a la formación de ciudadanos críticos.



El gráfico magnifica la variación del precio. En realidad se trata de 4 centavos en 70.

Gráfico de evolución de ingresos anuales de Metropox S.A.



Por otra parte la Estadística constituye un valioso recurso para procesar y analizar las indagaciones de otras ciencias como la Medicina, la Economía o las

Ciencias Sociales, en las que los resultados de investigaciones se expresan cuantitativamente usando una metodología estadística.

¿Cómo evaluar los logros de los alumnos con relación a los instrumentos estadísticos?

La Estadística se caracteriza por ser una ciencia aplicada, rasgo que comparte con el cálculo de probabilidades. Para evaluar los logros de sus alumnos usted podrá generar situaciones en las que pueda observar la correcta utilización de tablas, gráficos y cuadros como recursos estadísticos. Otro aspecto que es necesario evaluar es la selección del medio más adecuado para recoger información proveniente de otras áreas como las Ciencias Sociales o las Ciencias Naturales. A tal efecto podrán serle útiles los datos relevados de noticias periodísticas o la organización de encuestas.

Ejemplo 1: Un problema del aula promueve el uso de procedimientos estadísticos

Algunos experimentos dan como resultado sucesos que pueden ser expresados con datos numéricos y que deben ser organizados. Las experiencias previas de los alumnos con respecto a la organización de datos pueden ser muy diversas. Por esta razón se presenta a continuación una actividad muy sencilla referida al funcionamiento de la biblioteca del aula, que puede ser abordada por estudiantes sin experiencia en el tema. A la vez, plantea la posibilidad de profundizar la investigación si usted lo considera conveniente. El registro del movimiento de la biblioteca del aula constituye un problema real que puede ser resuelto con la participación de todos: docentes y alumnos.

Este caso describe una propuesta de trabajo para el uso de recursos estadísticos concebida para alumnos del Segundo Ciclo del medio rural y algunas orientaciones para su tarea docente. Tiene sólo valor de ejemplo y puede ser reemplazado por muchas otras situaciones significativas para su grupo de alumnos.

Las actividades destinadas a los alumnos de Segundo Ciclo de EGB



El material que sigue corresponde a una guía de trabajo elaborada para los alumnos, como una forma de aproximarse a las nociones estadísticas, a partir de problemas a resolver en torno a la biblioteca de aula.

En oportunidades anteriores organizaste en tablas y gráficos los datos recogidos en algunas experiencias. Estos mismos recursos son útiles para seguir avanzando en tus conocimientos e interpretar la información que aparece en libros y periódicos.

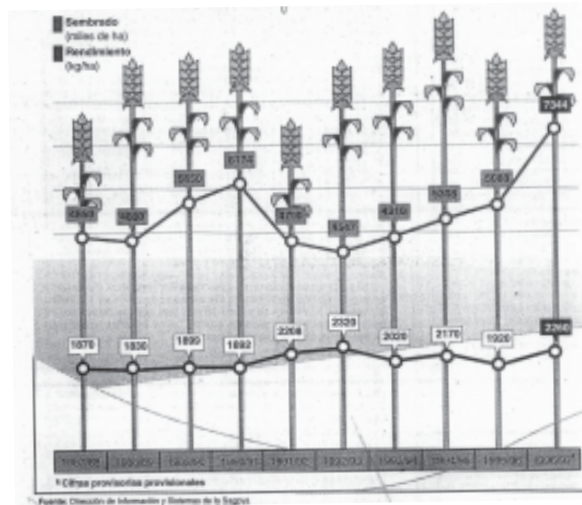
Muchos problemas que afectan a gran cantidad de personas, como el control de enfermedades o la disminución de las superficies forestadas, pueden estudiarse con la ayuda de procesos matemáticos cuyos resultados se suelen mostrar a través de gráficos.

Los procedimientos para recoger, clasificar, resumir, analizar datos y elaborar conclusiones a partir de esa información, son estudiados por la **Estadística**.

Cuando no es posible recolectar datos acerca de toda la **población** que se quiere estudiar porque es muy numerosa, se toman solamente los datos de un grupo que sirve de **muestra**. Hay que tener cuidado en la selección de la **muestra** de tal modo que las conclusiones que se obtengan sean válidas para la totalidad de la población.

En Estadística, el término **población** no se refiere únicamente a seres humanos; puede designar a los millones de pesos que el país invierte en importar artículos de otro país, a los kilogramos de basura que genera una ciudad, a las horas que pasan los niños frente a un televisor, al número de hectáreas sembradas durante una campaña triguera u otro conjunto numeroso que se quiera estudiar.

Las últimas 10 campañas trigueras



A través de las siguientes actividades usarás algunas nociones de **Estadística** que te permitirán:

- Aplicar conocimientos de Matemática a otras ciencias, como las Ciencias Sociales o Naturales.
- Recolectar, organizar y comunicar información numérica de manera adecuada.
- Interpretar la información presentada en tablas y gráficos que aparece en libros y periódicos.

Actividad N° 1

Cuando comenzaste a trabajar con la biblioteca escolar tuviste que organizarla junto con tu maestro y tus compañeros: clasificar los libros, hacer el inventario, controlar los préstamos y las devoluciones.

El análisis de una organización estadística sobre el movimiento de los libros, permitirá tomar decisiones para mejorar el funcionamiento de la biblioteca.

- a)** Si es posible trabajá en esta Actividad con otro compañero. Busquen el cuaderno de préstamos de libros y organicen los datos para

responder a las siguientes preguntas: ¿Qué libros se prestaron más?
 ¿Hay algún libro que no se prestó nunca?

b) Registra en esta tabla los nombres de los doce libros más leídos y las veces que se prestaron a los alumnos de la escuela. En la columna «VECES QUE SE PRESTÓ» hacé una marca con lápiz cada vez que aparece el título en el cuaderno de préstamos, contá las marcas de cada libro y anotá el total en la otra columna.

NOMBRE DEL LIBRO	VECES QUE SE PRESTÓ	TOTAL DE PRÉSTAMOS

Si quedaron libros sin prestar, escribí sobre las líneas de puntos los nombres de dos libros que todavía no hayan salido de la biblioteca.

c) Revisá la tabla y contestá:

- ¿Qué libro fue más prestado?
- ¿Hay un solo libro que tiene el número mayor de préstamos?
- ¿Hay algún «empate»?

d) Leé atentamente la siguiente información:

En Estadística se llama **frecuencia** al número de veces que aparece un mismo dato. La tabla donde se las registra se conoce como **tabla de frecuencias**.

El dato que corresponde a la mayor frecuencia es la **moda**.

Si hay más de un dato con la mayor frecuencia, hay más de una moda.

Por ejemplo, en el caso de una tabla como la que completaste en **b)** la frecuencia es el número de veces que se prestó cada libro: si «*Así Aprendemos Matemática*» se prestó a 5 alumnos, «*Cuentos de la selva*» se prestó 7 veces, «*Anaconda*» 2 y «*Crear con papel*» no se prestó nunca, la tabla de frecuencias queda así:

LIBROS	FRECUENCIA
Así aprendemos	5
Cuentos de la selva	7
Anaconda	2
Crear con papel	0

En este caso, hay una sola **moda**: «*Cuentos de la selva*», porque es el dato que corresponde a la mayor frecuencia y no hay ningún empate.

e) En la tabla que completaste en **b)** indicá con una cruz el dato que corresponde a la **moda**. Si hay más de uno, marcálos a todos.

f) Construí un **gráfico de barras** con los datos de tu tabla:

- Trabaja en una hoja de papel cuadriculado y pintá, para cada libro de tu tabla de frecuencias, una barra de tantos cuadraditos como el número de préstamos que haya tenido.

- Poné debajo de cada barra el nombre del libro.

- A simple vista podrás ver cuál es la **moda**, señalála con una cruz

Después de este trabajo quedó más claro el movimiento de los libros. Esta organización de los datos te ayudará a decidir: ¿conviene hacer un afiche para promover la salida de alguno de los libros? ¿Por qué?

Actividad N° 2

En la escuela de Cecilia hacen muchos préstamos a domicilio. Algunos chicos piden los libros por un día, otros, por dos o tres días o por una semana. La maestra le pidió a Cecilia que revisara el cuaderno de préstamos y registre durante cuántos días se prestan los libros. Preparó esta tabla y este gráfico con los datos que encontró:

Número de días	Frecuencia de préstamos
Uno	8
Dos	4
Tres	19
Cinco	3
Siete	8

Observá la tabla de frecuencias y respondé estas preguntas:

1. ¿Cuántos libros se devolvieron al día siguiente de haberlos llevado?
2. ¿Cuántos libros se prestaron por una semana?
3. ¿Cuál es la moda en esta tabla de frecuencias?
4. ¿Por qué creés que hay tantos préstamos que se hacen por esa cantidad de días?
5. Observando el cuaderno, Cecilia vio que casi todos los préstamos por tres días correspondían a los viernes y pensó que era necesario un ayudante para controlar los préstamos y las devoluciones. ¿Creés que el ayudante tendría que colaborar todos los días de la semana o sólo algunos? ¿Por qué?
6. En tu escuela, ¿hace falta un ayudante para algún día de la semana? Si para decidir tu respuesta te parece necesario, hacé una tabla o un gráfico con los préstamos de cada día de la semana, durante un mes: los de los lunes, los de los martes, etcétera.

Orientaciones para el docente acerca de las actividades propuestas para los alumnos

El propósito de las Actividades N° 1 y 2 propuestas para alumnos de Segundo Ciclo es familiarizar a los alumnos con la recolección y organización de datos e iniciarlos en la toma de decisiones como consecuencia de su análisis.

En cuanto a la Actividad N° 1, al organizar los datos registrados en el Cuaderno de Préstamos de la biblioteca, se brinda a los alumnos la oportunidad de trabajar con tablas y analizarlas desde un nuevo punto de vista: la frecuencia con la que aparecen los datos. De esta manera podrán apropiarse de conceptos de estadística como **frecuencia y moda**.

La Estadística es una ciencia aplicada y su objetivo es sistematizar la información necesaria para poder tomar decisiones frente a un problema. Aunque en la EGB no se trabaja la Estadística inferencial¹, por la complejidad de sus métodos, es interesante que los alumnos inicien una pequeña investigación con el objeto de resolver algún problema y tomar algunas decisiones. Por ejemplo, si los datos numéricos muestran que un libro no fue prestado, entonces puede tomarse la decisión de confeccionar un afiche que promocióne su lectura.

En lo que se refiere a la Actividad N° 2, al analizar el funcionamiento de las bibliotecas, la moda «préstamos durante tres días» sugiere que éstos son más frecuentes los fines de semana. Esta información permite reflexionar sobre la necesidad de reforzar la tarea del bibliotecario los viernes y lunes. Aquí también se toman decisiones sustentadas en el procesamiento de la información.

Al finalizar estas dos primeras actividades, los alumnos podrán decidir si es conveniente seguir investigando para organizar mejor el funcionamiento de la biblioteca. Podrían plantearse preguntas como:

¹ «La Estadística Descriptiva atiende a la organización e interpretación de datos (muestra) obteniendo medidas que resumen características de los mismos. La Estadística Inferencial utiliza estas medidas para hacer generalizaciones (predicciones) respecto a la población en base a la información proporcionada por la muestra (subconjunto de dicha población)». CBC, Bloque 6: «Nociones de Estadística y Probabilidad» (pág. 82).

- ¿Habría que escribir nuevos comentarios para recomendar los libros que no se prestaron nunca?
- Las familias, ¿piden libros o habría que pensar en «recomendaciones para que los libros lleguen a las casas»?
- ¿Es necesario poner un día fijo para los préstamos? ¿Hace falta un bibliotecario ayudante?

También se podría investigar:

-Las preferencias por contenido y por edades para comprobar, por ejemplo, si la selección que hicieron para los más chiquitos fue acertada o si es necesario agregar otros temas.

-La opinión de los compañeros sobre el funcionamiento de la biblioteca (el lugar donde está, la ubicación de los libros, el sistema de préstamos).

La decisión de profundizar esta investigación depende de las necesidades de enseñanza, considerando tanto los intereses del grupo como los tiempos disponibles. Lo importante de este tipo de tareas es que los alumnos puedan sacar conclusiones a partir de los datos numéricos de tablas y gráficos, y traducirlas en *decisiones no cuantitativas*.

En todos los casos, importa que los alumnos, una vez concluida la actividad, hagan una reflexión sobre la práctica de recoger datos, organizar tablas de frecuencias, construir gráficos, y analizar los resultados con vistas a la resolución de un problema o a la toma de una decisión. Esto les permitirá partir de los casos particulares para avanzar en función de una generalización acerca del trabajo estadístico básico.

Ejemplo 2: La Estadística al servicio de otras áreas de enseñanza

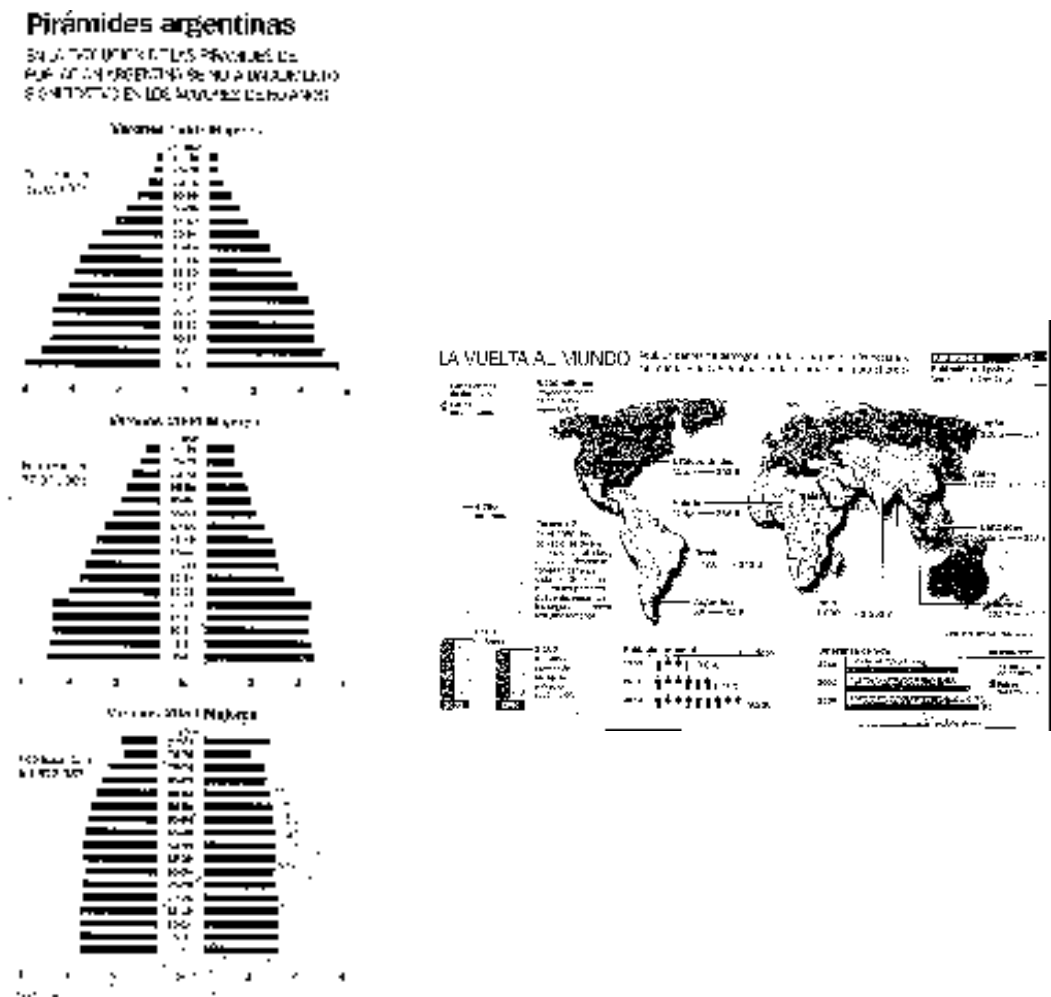


A modo de ejemplo le presentamos las guías de preguntas para los alumnos que elaboraron dos maestras de diferentes escuelas, sobre un mismo artículo periodístico:

«2050: ODISEA SIN ESPACIO»²

Mariana propuso a su grupo la siguiente lectura e interpretación de datos:

Superpoblación. Un informe elevado por la O.N.U. reveló que la población mundial crece a un ritmo vertiginoso: 77 millones de nacimientos por año. Se estima que en 2050, la tierra estará habitada por 9200 millones de personas.



-Uno de estos gráficos fue realizado por el INDEC y el otro por la O.N.U., ¿Cuál te parece que fue realizado por cada uno de esos organismos? ¿Por qué?

² Revista VIVA del diario Clarín, domingo 15 de abril de 2001, página 24

Observá ambos gráficos y respondé:

1. En el año 1950, ¿qué porcentaje de la población mundial total correspondía a Argentina?
2. En el año 2050, ¿qué porcentaje de la población mundial se estima que corresponderá a Argentina?
3. El porcentaje correspondiente a 1950 y 2050, ¿es el mismo? Si no lo fuera, ¿Cuál es la diferencia?
4. Explicá por qué se puede afirmar que en la Argentina aumenta el porcentaje de mayores de 60 años.
5. En estas pirámides se observa que el porcentaje de natalidad disminuye, ¿por qué razones piensas que se puede producir esto?
6. ¿Pensás que es importante que se publiquen gráficos con estas informaciones? ¿Por qué?

Romina, pone a disposición de sus alumnos la revista y les propone el análisis de la información del gráfico «La vuelta al mundo». Para ello elabora una guía de trabajo:

1. Para que país se estima que habrá un mayor crecimiento de población?
2. Para qué país se estima que habrá el mayor decrecimiento de población?
3. ¿Cuál es el país que en 2050 tendrá menos población que actualmente?
4. ¿En cuantos millones de habitantes se estima que aumentará la población de Argentina?
5. Hacé un gráfico de barras que permita comparar la población mundial actual y las estimaciones para el 2050.

Aprendizaje de los números decimales

Régine DOUADY

Marie-Jeanne PERRIN GLORIAN¹¹

PRIMERA PARTE - Hipótesis didácticas

Nos hemos apoyado en algunas hipótesis didácticas para la construcción de secuencias de aprendizaje:

1) Construcción de un concepto

- Los conceptos se construyen al realizar acciones. Cobran sentido gracias a los problemas que permiten resolver. Cada nuevo problema contribuye a enriquecer el concepto.
- Un nuevo concepto se construye también en relación con conocimientos ya adquiridos, sea para profundizarlos y generalizarlos, o bien para re-encausarlos en la construcción de nuevos conceptos mejor adaptados al problema considerado.
- En un problema intervienen, en general, muchos conceptos. Cada uno cobra sentido en las relaciones que lo vinculan a los otros conceptos implicados en el problema.
- Esta diversidad aparece claramente si el problema se puede formular en varios marcos entre los cuales se pueden establecer correspondencias (por ejemplo el marco físico, el marco geométrico, el marco numérico, el marco gráfico).

Por ejemplo:

“Entre los rectángulos del mismo perímetro, ¿hay uno de área máxima?”

¹¹ I.R.E.M. Institute de Recherche pour L' enseignement des Mathematiques (Instituto de Investigación para la enseñanza de la Matemática) París VII, février 1986.

Está formulado en el marco geométrico, se lo puede reformular en el marco numérico y gráfico. Cada uno de los marcos sirve de referencia al otro y contribuye a darle significación al problema.

- Las nociones matemáticas proporcionan medios para describir una situación y hacer previsiones sobre el resultado de acciones todavía no realizadas. Para hacer estas descripciones y previsiones, y para comunicarlas, es necesario construir un lenguaje oral y escrito que dé cuenta de los objetos de la situación y de las relaciones entre ellos.
- Las previsiones pueden ser controladas por la acción y eventualmente revisadas. Sin embargo, esta forma de control no es siempre posible. Los alumnos tienen necesidad, entonces, de buscar otras formas de validación; en esta fase es necesaria la explicitación, por parte de los alumnos, de los conceptos y de las relaciones en las que el maestro enfoca el aprendizaje.
- Es entonces posible que el maestro puntualice los conocimientos que los alumnos deben retener. Esta es la fase de institucionalización. Aquí se otorga un status de objeto matemático autónomo a los nuevos conocimientos; se los puede emplear en la resolución de otros problemas.
- Una sola situación no es suficiente para construir un concepto. Son necesarias numerosas situaciones para hacer funcionar el concepto bajo distintos aspectos y poner en juego la diversidad de relaciones que los vinculan a otros conceptos.
- Para que los nuevos conocimientos se integren a los anteriores y adquieran movilidad para plantear y resolver nuevos problemas, es necesario que se tornen suficientemente familiares. Toman entonces el status de conocimientos adquiridos sobre los que uno puede apoyarse para construir otros nuevos. Las situaciones de refuerzo permiten adquirir la familiaridad deseada.
- Teniendo en cuenta los principios precedentes, es necesario destacar que un concepto se forma en un largo período de tiempo. Esto es lo que afirma la psicología cognitiva y lo que constata en la práctica, por ejemplo para la construcción de las experiencias decimales o de la proporcionalidad.

2) Condiciones para los problemas utilizados en el aprendizaje

La resolución de problemas juega un rol fundamental en el aprendizaje. Durante distintos momentos del aprendizaje, los problemas cumplen funciones distintas:

- favorecer la construcción de nuevos aprendizajes (a través de las distintas fases de acción, formulación, validación, institucionalización descrita en el párrafo precedente).
- Brindar diversas ocasiones de empleo de los conocimientos anteriores y así determinar su dominio de eficacia y de validez.

Expuestas las hipótesis sobre la construcción de los conceptos desarrolladas en el primer párrafo, elegiremos, para responder a la primera función, problemas que cumplan ciertas condiciones:

- El enunciado es fácil de comprender y el alumno es capaz de visualizar una respuesta al problema; esto es independiente de su capacidad para proponer una (esta condición es válida para todos los problemas).
- La respuesta no es evidente pero teniendo en cuenta sus conocimientos, el alumno puede intentar un procedimiento de respuesta parcial.
- Para responder totalmente al problema, el alumno deberá construir el conocimiento sobre el cual el maestro focaliza el aprendizaje.
- El problema es rico, la red de conceptos implicados es bastante importante pero no demasiado, de tal modo que el alumno no pierda la administración de la complejidad.
- El problema es suficientemente abierto para que el alumno pueda visualizar preguntas no formuladas en el texto y utilizar distintos procedimientos. Asimismo las posibilidades que se le ofrezcan no deben ser tantas que él no pueda realmente hacer una selección. Estas condiciones eliminan problemas puntuales en los que sólo es posible un procedimiento.
- El problema puede formularse por lo menos en dos marcos, cada uno con su lenguaje, marcos entre los que se sepa establecer correspondencias.

3) Situaciones de aprendizaje

Una situación de aprendizaje está caracterizada por un problema y cierta organización del trabajo adaptada a los objetivos previstos. Las concepciones de los alumnos son el resultado del intercambio con los problemas que tienen que resolver y con los interlocutores que están en comunicación con él (los otros alumnos, el docente, sin dejar de considerar los aportes exteriores a la clase: familia, televisión, periódicos, ...). En el curso de estos intercambios los conocimientos anteriores se movilizan para ser modificados, completados o desechados.

Puestos a organizar los intercambios del alumno con el medio de manera productiva, podemos clasificar las situaciones alrededor de tres formas de dialéctica que tienen funciones diferentes (G. BROUSSEAU – I.R.E.M. de Bordeaux):

- **Dialéctica de acción:**

El alumno se enfrenta a una situación que le genera un problema. En la búsqueda de una solución, produce acciones que pueden concluir en la creación de un "saber hacer". El alumno puede, más o menos, explicitar o validar sus acciones pero la situación de acción no lo exige.

- **Dialéctica de la formulación:**

Existen condiciones diferentes que hacen necesario un cambio de información y la creación de un lenguaje para asegurar el intercambio. En la situación de formulación, el alumno puede justificar sus proposiciones, pero la situación no lo exige.

- **Dialéctica de la validación:**

Los intercambios no conciernen solamente a las informaciones sino también a las declaraciones. Es necesario probar lo que uno afirma por otra vía distinta que la acción. Tal el caso de un alumno que debe convencer a otro en una situación de comunicación.

Observaciones sobre las situaciones de comunicación de tipo emisor-receptor

Esta forma de trabajo cumple dos funciones diferentes:

- § Tratar las clases de problemas dando a cada uno la ocasión de trabajar sobre un enunciado diferente. La diversidad de los enunciados proviene de suministrar datos diferentes por su naturaleza y su valor, pero las relaciones en juego son siempre las mismas. La naturaleza de la información dada por el emisor influye sobre el procedimiento del receptor (ver más adelante variables didácticas). Dejando la iniciativa de la búsqueda a los alumnos, se puede – en la puesta en común o balance – situar la discusión en el plano de las relaciones en juego y puntualizar la variabilidad de los datos.
- § Desarrollar las dialécticas de formulación y de validación. Este tipo de situaciones presenta ventajas indiscutibles para el aprendizaje. Sin embargo, puede ser difícil de realizar en ciertas clases. Se puede reemplazar la comunicación entre el alumno y el docente. El maestro juega el papel de emisor para todos los alumnos haciendo variar él mismo los datos, tanto por su naturaleza como por su valor. Se pierde, sin embargo, la ocasión de promover una dialéctica de prueba. Un alumno sabe que el maestro “sabe” y no se siente seriamente invitado a desarrollar una argumentación convincente.

4) Variables didácticas

Una situación didáctica depende de factores cuya elección influye en las estrategias de resolución de problemas. Estos factores sobre los que el maestro puede influir son las variables didácticas de la situación. He aquí algunos ejemplos:

- Los números en juego, que pueden ser más o menos grandes, enteros o fraccionarios.
- El material del que dispongan los alumnos (ejemplo: disponer o no de una regla graduada; disponer de una unidad de medida convenida, antes de intentar medir o después de intentarlo).
- Los conocimientos anteriores de los alumnos (el mismo problema no ofrece las mismas estrategias de resolución en la escuela primaria que en el primer

año de la escuela media).

En el curso de la presentación de los problemas investigados y de la descripción de las secuencias, trataremos de precisar las variables de la situación, las elecciones que hemos hecho y, de ser posible, las razones de esas elecciones.

5) Organización de las secuencias

Una secuencia se compone de varias fases:

a) Presentación del problema

El maestro expone la consigna, distribuye eventualmente el material, se asegura, a través de una discusión con los alumnos, que la consigna tenga sentido para cada uno de ellos.

b) Fase de investigación

Los alumnos trabajan individualmente, o en equipo, o en situación de comunicación. En el transcurso de esta fase, es posible que las dificultades sea objeto de una discusión: por ejemplo, cuando los alumnos retienen sólo una parte de la consigna o agregan condiciones que no están en ella. También está el caso en que los alumnos entren en conflicto entre sus concepciones y los hechos o las concepciones de otros alumnos.

c) Balance. Presentación de resultados (Puesta en común)

Según el caso, el maestro toma los resultados y pide a la clase que los comenten, o bien los equipos presentan sus trabajos y los someten a la crítica de los otros.

En el curso de esta fase los alumnos se ven obligados a convencer a sus camaradas de la validez de sus respuestas, o de aceptar sus errores o su mala interpretación del problema. En todos los casos desarrolla una argumentación sobre el problema. Esto puede desencadenar nuevas preguntas, o una nueva extensión del problema o de los procedimientos utilizados.

d) Fase de síntesis y de institucionalización

Al principio de la sesión, se resume la sesión (o sesiones) anteriores sobre el mismo problema. Los alumnos recuerdan el problema, las soluciones que ellos encontraron y los métodos utilizados. Los alumnos comparan los métodos, sus ventajas e inconvenientes.

En el curso de esta fase de síntesis, se destacan las características importantes del problema (es decir el objetivo de aprendizaje previsto por el maestro). Estas características se desligan de su contexto de introducción e institucionalización. Se trata de que el maestro, a partir de las producciones de los alumnos, desprenda lo que ellos deben retener y se los diga. Este punteo es indispensable para que no se pierdan los beneficios de la fase de acción.

e) Nivelación de la clase y evaluación

Esta es una fase del trabajo personal que sirve al maestro para tener una fotografía de la clase y al alumno para saber dónde está. Este trabajo se hace esencialmente, bajo la forma de ejercicios de dos tipos que intervienen en momentos diferentes y que cumplen funciones diferentes.

1. Detectar a los alumnos que están en dificultades y aportarles, individualmente, un complemento de informaciones y explicaciones.

Esta nivelación del conjunto de la clase es esencial para progresar en el aprendizaje. No es realizable si son pocos los alumnos que la necesiten. En este caso, para cumplir esta función de señalamiento y nivelación, el maestro propone a los alumnos un pequeño número de ejercicios cortos pero típicos del aprendizaje previsto, en general, al finalizar la fase de balance.

2. Familiarizar a los alumnos con los nuevos conocimientos que deben retener y dominar. Además, evaluar al alumno, testear sus adquisiciones presuntas antes de la nivelación.

Para responder a esto, el maestro propone varias series de ejercicios que comportan algunas de varias cuestiones. Cada serie pone en juego un elemento nuevo (en un contexto más o menos complejo) que ya ha

funcionado en situación de acción y con el cual es necesario familiarizarse para adquirir una buena disponibilidad. Estos test se toman después de la fase de institucionalización.

Estos ejercicios pueden revelar fallas. Permiten una nueva nivelación selectiva si se trata de pocos alumnos, o la propuesta de otra situación de acción centrada en las dificultades de los alumnos si es que son numerosos los que lo necesitan. Se destaca la importancia de los tres tiempos: actividades-institucionalización-ejercicios, para promover aprendizajes durables sobre los que apoyarse para continuar haciendo evolucionar las concepciones de los alumnos.

f) Reinversión. Evolución de las concepciones.

Se puede pensar que a lo largo del trabajo las concepciones de los alumnos han evolucionado. Es importante proponerles problemas más complejos en los que funcionen las nuevas concepciones para que continúen evolucionando.

MONEDA

La iniciación en el uso de la moneda

El conocimiento de la moneda corriente del país es imprescindible desde un punto de vista de la integración sociocultural de los individuos. Es importante comenzar instalando en el contexto del aula **la dramatización** de actos de compra en que se puedan diferenciar claramente los valores de los billetes por su poder adquisitivo.

En el ambiente de las áreas rurales es posible que no sea frecuente el contacto de los niños con las experiencias de compra que suelen ser comunes en las áreas urbanas y eso hace más necesaria la presentación intencional y organizada del tema en el ámbito escolar. Es probable que algunos niños tengan que comenzar examinando billetes y monedas en clase o realizando actividades de canje para adquirir el dominio de las equivalencias. Por ejemplo, componiendo de diversas maneras el cambio de un peso en monedas de menor valor.

Experiencias de dramatización

Un recurso posible es jugar al Banco donde los niños sean cajeros o clientes por turno, y se materialice la práctica de los canjes: unas veces el cliente lleva al Banco billetes para que le den el equivalente en valores menores; otras, lleva cantidad de valores pequeños para que le den el equivalente en menos billetes o monedas.

Además, se sugiere montar el símil de un kiosco de golosinas, o de venta de artículos de tocador, o de cosas de librería y hacer que cada alumno represente alternativamente el papel de vendedor y de comprador. Cada docente sabe si los precios deben ser en pesos o en pesos y centavos, según la aproximación de los diferentes grupos de alumnos al uso de la moneda.

Para realizar las transacciones hace falta manipular por una parte los objetos y por otra, el dinero. Para los primeros es suficiente disponer de los envases vacíos de distintos productos de uso corriente. En cuanto al dinero, se puede usar una reproducción de los billetes que los niños mayores pueden confeccionar para los más pequeños. Cada docente puede decidir si es suficiente con anotar el valor del billete o si hace falta acompañarlo con el perfil del prócer que corresponda. Es aconsejable no intentar una apariencia de legitimidad que pueda provocar sospechas de falsificación.

Durante las alternativas de estos juegos los más pequeños pueden necesitar el apoyo de los más grandes para controlar los pagos, comprender los vueltos y registrar en una boleta los productos comprados con sus precios, la suma y, si se paga con un billete que excede la compra, el cálculo del vuelto. Las dificultades que provoca el significado del vuelto pueden salvarse haciendo que quien no dispone del valor justo para pagar, pase por el Banco, y obtenga el cambio necesario. Cuando la práctica frecuente de este recurso se consolida, se puede proponer la conveniencia de aceptar el vuelto, que resulta una acción más directa y equivalente a la anterior.

Desde el punto de vista aritmético se percibe la conveniencia de usar el contexto de los precios, las compras, el pago, el cambio, el vuelto como medio propicio para la práctica de las operaciones básicas entre los niños pequeños, como vehículo para plantear situaciones de proporcionalidad entre los alumnos de edad intermedia y para involucrar a los mayores en aspectos más complejos como las compras a plazos, con porcentajes de recargo o de descuento.

Una conversación con cada grupo de alumnos puede dar la pauta acerca de cuál ha sido su contacto previo con la moneda. A partir de las informaciones que logre recoger, el docente puede diseñar una estrategia adecuada. Por ejemplo: hacer una visita al lugar más próximo de cierta actividad comercial. ¿Es accesible un supermercado o un banco o una cooperativa? En tal caso, conviene planear cuidadosamente qué indagaciones debe realizar cada grupo en relación con sus propias necesidades.

Un juego para los que se inician

Hay que disponer de dos colecciones de tarjetas: una, de reproducción de billetes y otra, con precios de objetos en la que cada docente puede disponer qué imagen o nombre de objeto puede acompañar el precio indicado, relacionándolo con un contexto adecuado: golosinas, artículos de cotillón, útiles, etc.

Conviene que al principio cada jugador disponga, por lo menos, de los siguientes valores: cinco billetes de 2 pesos, cuatro billetes de 5 pesos, tres billetes de 10 pesos y diez monedas de 1 peso. Todos los valores, guardados en un sobre.

Los precios deben recorrer todo el segmento de la numeración que los niños deban afianzar; por ejemplo, desde 1 peso hasta 20 pesos, o hasta 30, etc.

El juego comienza colocando las tarjetas de los precios bien mezcladas formando un mazo boca abajo para que los alumnos por turno tomen una tarjeta y organicen su respuesta que consiste en mostrar las monedas y billetes con que se pagaría ese precio y, si es posible, de más de una manera.

Cada jugador se guarda la tarjeta del precio. Al terminar la vuelta, conviene conversar acerca de quién pagó el precio mayor o el precio menor, quién propuso la mayor cantidad de variantes, quién usó más billetes o más monedas o quién usó menos. Es importante que los alumnos registren en sus cuadernos el relato de lo ocurrido con su propio juego y las observaciones que le hayan sugerido las comparaciones con el juego de los demás.

Es fácil imaginar variantes que aumenten progresivamente la complejidad del juego para jugarlo con el mismo grupo en etapas sucesivas o con distintos grupos al mismo tiempo.

El material puede ser fuente de esas variantes, porque se puede cambiar el rango de los precios, el rango de los valores del dinero, el contexto en que se sitúa el juego para dar lugar o no al uso de centavos.

Las reglas se pueden variar obligando a mostrar más de una forma de componer el precio con el dinero o jugando más de una vuelta y pidiendo la suma de los precios con el menor número posible de billetes y monedas invertidos

Los problemas del cambio

En el juego precedente los alumnos hacen uso de un conjunto finito de billetes y monedas que, en un momento dado, puede resultar insuficiente para construir el valor equivalente al precio del objeto, no por el valor de alguno de los billetes, sino por el cambio del que se dispone. Por ejemplo, ¿cómo hago para pagar \$7,35 con un billete de \$10? El caso puede resolverse habilitando un lugar para el **Banco** e incluyendo un nuevo personaje asignado a uno de los alumnos, el del **banquero**, que dispone de abundante cambio para que los jugadores acudan a él cada vez que la situación lo requiera.

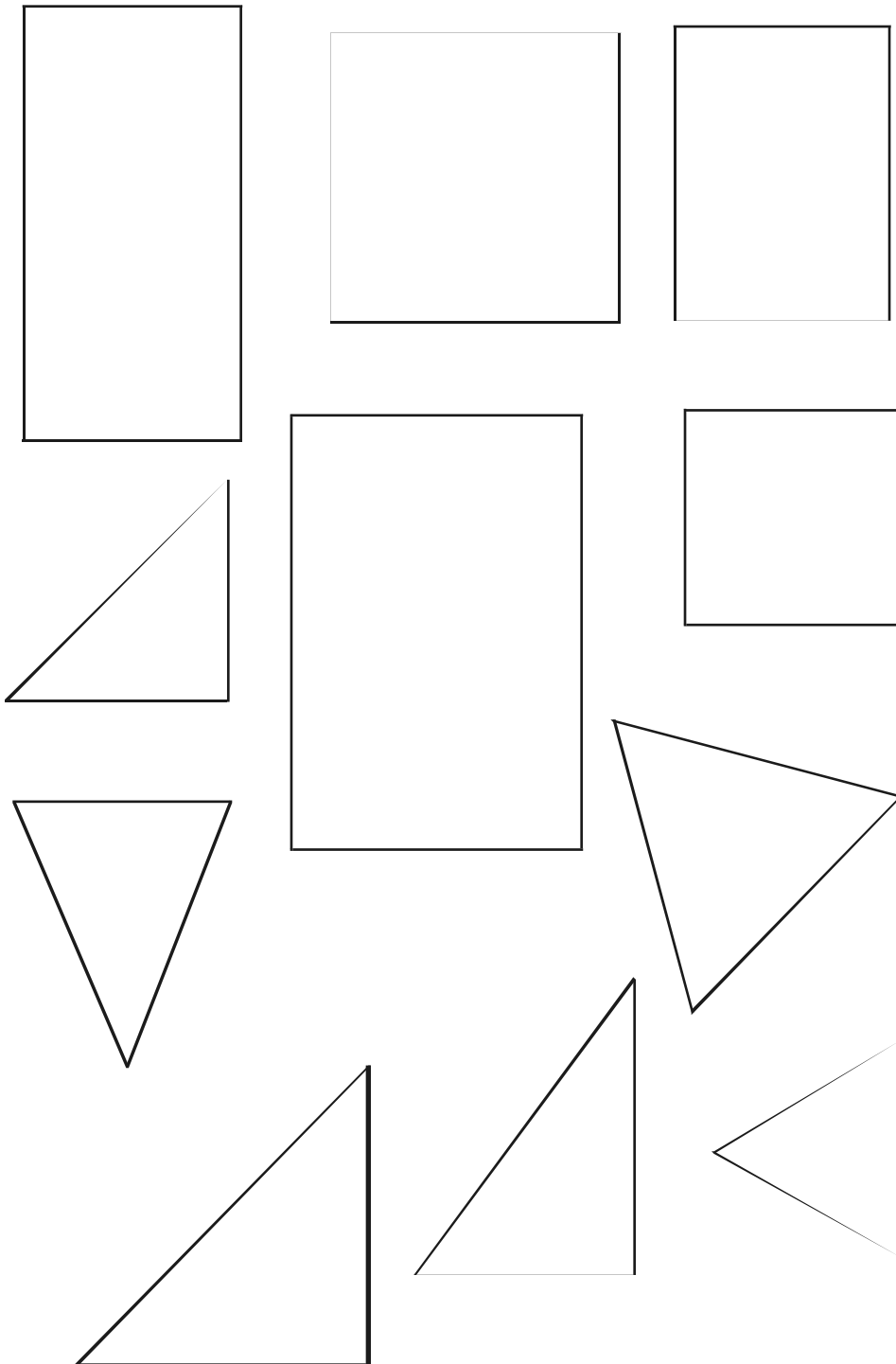
La práctica del vuelto

El concepto de vuelto puede requerir una práctica especial para los alumnos que no están habituados a realizar compras por sí mismos. Para que el juego descrito antes sirva para facilitar el aprendizaje de ese concepto habría que introducir ciertas restricciones y reglas específicas. Por ejemplo, puede entregarse a los jugadores los sobres de dinero sin cambio en monedas o billetes menores que \$10 y, en tal caso, debe introducirse el personaje de un **cajero** que dispone de una **Caja** con abundante cantidad de cambio. Entonces hay que establecer que cada jugador, al verse obligado a pagar con un billete lo presente al cajero quien recibe el billete y entrega el vuelto que corresponde. El jugador que compra debe controlarlo. Si el vuelto está mal se cambia el cajero.

En caso de que haya alumnos que no comprendan el mecanismo del vuelto, sea comprador o cajero, se puede aceptar que recurran al procedimiento de buscar cambio en la **Caja** o en el **Banco**. Esta alternativa puede merecer alguna penalización, como perder un turno en el juego, para provocar la necesidad de reflexionar sobre el significado del procedimiento de dar el vuelto y sus ventajas en la manipulación del dinero.

Es posible que usted pueda generar otras variantes a partir de su propia experiencia con el juego o recogiendo las sugerencias de los alumnos.

Figuras utilizadas en las Actividades del Primer Ciclo





Módulo 3



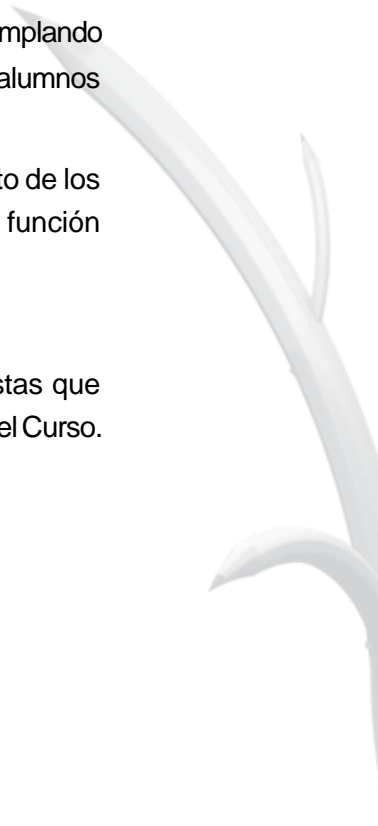
Estimado colega:

Este es el último Módulo del Curso de Capacitación en Matemática. Usted va a encontrar en él algunas características diferentes de los anteriores. Ya no tendrá que llevar a la práctica una experiencia con sus alumnos sino que se intenta retomar lo realizado, a través de volver a considerar las propuestas que aparecen en los Módulos 1 y 2, desde nuevas perspectivas. Por otra parte, encontrará actividades que promueven el análisis de las diferentes alternativas presentadas durante el Curso, con el objeto de que Usted recupere aquellos aspectos que le resulten útiles para incorporar a la tarea cotidiana del aula y de la escuela.

En este Módulo se pone el acento en:

- “mirar y volver a mirar” las prácticas realizadas, dándole al registro un sentido que supera la crónica de lo sucedido en una clase;
- considerar los contenidos matemáticos a enseñar, contemplando qué propuestas pueden ser ofrecidas al conjunto de los alumnos de un plurigrado y cuáles no;
- observar las diferentes modalidades de agrupamiento de los alumnos del plurigrado, según sus posibilidades y en función de las diversas actividades que se proponen.

A lo largo de este Módulo encontrará, también, propuestas que progresivamente le permitirán aproximarse a la evaluación final del Curso.



Seguramente, Usted no ha “trasladado automáticamente” a las aulas todo lo presentado en el Curso; esa no era la intención, el sentido es que pueda recurrir a estos materiales cada vez que lo considere conveniente y que las propuestas que aquí aparecen permitan enriquecer su tarea en escuelas rurales, situación muchas veces postergada y muchas otras sin respuesta.

Encontrar caminos para enseñar y aprender mejor en plurigrado no es tarea fácil; dependerá en gran medida de la cuota de “optimismo realista” que cada uno de Ustedes pueda aportar.

Los invitamos a transitar este desafío.

Cuando un docente planifica su tarea considera simultáneamente los contenidos, las alternativas para enseñarlos y su grupo de alumnos.

Respecto de los contenidos toma como punto de partida los documentos curriculares. A partir de los contenidos matemáticos allí indicados establece prioridades de enseñanza que incluyen los temas que considera fundamentales. Una vez que ha definido con claridad qué contenidos deben ser aprendidos y por lo tanto enseñados, organiza su tarea en función del grupo de alumnos que tiene a su cargo. En este Curso se consideran estos tres aspectos desde las particularidades del plurigrado y se pone énfasis en cada Módulo en diferentes criterios que es necesario tener en cuenta.

En el Módulo 1 se puso el acento en la actuación docente en cuanto a las decisiones que necesita tomar, cuando se trata de grados múltiples, poniendo especial atención en la selección y jerarquización de contenidos, a partir de las prescripciones curriculares y las demandas que allí aparecen considerando los diferentes años de escolaridad.

En el Módulo 2, se prestó especial atención a las intervenciones del docente cuando la diversidad de las respuestas de los niños demanda una atención particular según sus posibilidades cognitivas. También se contemplaron los criterios que esta diversidad impone a las decisiones didácticas de maestros y directores.

En ambos Módulos se ha trabajado en torno a las dos caras de una misma moneda: no se puede pensar en el desarrollo de contenidos sin tener en cuenta las peculiaridades de los sujetos del aprendizaje, ni se pueden diseñar situaciones de enseñanza desatendiendo las particularidades y necesidades de la situación de plurigrado.

En este Módulo se consideran simultáneamente los contenidos a enseñar, las propuestas docentes para el plurigrado y la necesidad de establecer diferentes tipos de agrupamiento de los alumnos.

Para ello se toman como objeto de análisis algunos registros de clase y se le ofrece a Usted la posibilidad de revisar y completar aquello que registró de su propia experiencia, a partir de las propuestas de los Módulos anteriores.

Incorporar a su tarea cotidiana el cuaderno de campo que se propuso en este Curso como instrumento de registro para reflejar la actuación del grupo y guardar memoria de algunas particularidades, le dará oportunidad para avanzar en la “reflexión sobre la propia práctica”. El cuaderno de campo, como herramienta utilizada en forma autónoma por cada docente, permite decidir, a partir de lo observado, si es necesario replantear algunas cuestiones a todo el grupo o si es conveniente que algún alumno realice actividades diferentes, ya sea para que revise sus concepciones o para que amplíe su visión sobre algún tema. Al propio tiempo, y desde una visión curricular, permite valorar en cada momento si lo sucedido se aleja o no de algún objetivo importante que el docente se haya fijado.

Objetivos

En particular, para el presente Módulo se propone que Usted amplíe su marco de referencia para:

- utilizar el registro de lo que sucede en sus clases y/o escuela como herramienta para revisar sus prácticas cotidianas y potenciar las futuras.
- definir propuestas de enseñanza de Matemática que contemplen estrategias didácticas para atender simultáneamente a diferentes años de escolaridad.
- diseñar diferentes criterios de agrupamiento de los alumnos, en plurigrado, considerando las posibilidades de apropiación de los contenidos matemáticos.

La organización de estrategias de enseñanza en plurigrado



Las actividades previstas para esta primera parte, se refieren básicamente a la lectura de casos para analizarlos en relación con la organización de situaciones de enseñanza en plurigrado.

Analizar estos casos y revisar las propias experiencias y registros tomados durante el Curso, le permitirá ampliar las estrategias de enseñanza con las que Usted ya cuenta.

En los Módulos anteriores usted analizó distintas propuestas para organizar los grupos de alumnos en función de tareas diferenciadas para un mismo o distinto contenidos.

En este Módulo se plantea una propuesta que permite integrar aspectos ya trabajados en los Módulos 1 y 2. Para ello, se propone el análisis de situaciones de clase que incorporan nuevos contenidos matemáticos, y el trabajo con diversos grupos de alumnos aprovechando los distintos puntos de partida. Se considera la presentación de un mismo problema que cada grupo resuelve a su modo, utilizando distintos conocimientos y recursos, pero que admite un «descubrimiento común»: la diferencia entre la variación del perímetro y la de la superficie por él limitada.

Se trabajará en torno a un problema, cuyo enunciado resulta accesible para todo el grupo de alumnos de Primero y Segundo Ciclo de EGB:

Una escuela tiene dos espacios disponibles para huerta.

Un vecino donó un rollo de alambre y la directora lo hizo cortar en dos partes iguales para que los alumnos, organizados en dos grupos, trazaran sus propias huertas, y usaran todo el alambre que recibieron para rodearla.

¿Les parece que las dos huertas quedarán iguales?

La situación corresponde a la exploración de superficies que son encerradas por un perímetro constante. Como en las situaciones reales es posible medir el contorno y la superficie de un papel, de un corte de tela, de un terreno, es muy común creer que cuando una de esas cantidades cambia, la otra varía en el mismo sentido. Por ejemplo, muchos niños, piensan que si aumenta el perímetro de una figura, aumenta necesariamente su superficie, sin tener en cuenta la consideración de la forma.

En la enseñanza habitual perímetros y áreas suelen aparecer como contenidos de enseñanza de Geometría en el Segundo Ciclo. Dado que las experiencias escolares sobre estos conceptos se centran generalmente en el cálculo, es necesario presentar situaciones que permitan plantear hipótesis al respecto y realizar experiencias que ayuden a confirmarlas o refutarlas.

Actividad 1

Considere nuevamente el problema planteado en el ejemplo:

¿Es cierto que usar la misma cantidad de alambre, asegura que las huertas sean del mismo tamaño?

- Lea las siguientes guías y determine en qué se parecen y en qué se diferencian. Estas guías fueron elaboradas por grupos de docentes de escuelas rurales de la Provincia, para planificar la investigación del problema con distintos grupos de alumnos.
- Describa qué características debieran tener los grupos de alumnos con los que se podría trabajar cada guía.
- Indique cuáles de estas guías utilizaría con sus alumnos y cómo los agruparía para trabajar. Fundamente su decisión.

D: Si Usted es Director de una escuela no unitaria, resuelva las dos primeras consignas planteadas a los maestros y considere qué guías serían de utilidad en el trabajo con los distintos grupos de la escuela. De ser posible comparta sus respuestas con los maestros, analizando en común lo que cada uno de ellos tuvo en cuenta para su propio grupo de alumnos.

GUÍAS DE TRABAJO

Grupo 1

Materiales: cuadrados de papel (glasé o de taco) y 20 pajitas cortadas según la longitud del lado de los cuadrados.

- a. Armen un rectángulo usando las 20 pajitas.

¿Cuántos cuadrados creen que entrarán? Anoten sus ideas. Luego comprueben con los cuadrados dados.

- b. Ahora desarmen ese rectángulo y armen otro con la misma cantidad de pajitas.

¿Les parece que van a usar la misma cantidad de cuadrados?

¿Sí? ¿No? Anoten lo que piensan, justificando sus respuestas.

Comprueben utilizando los cuadrados.

Grupo 2

Material: una soga

- a. Formen una figura con la soga atada y piensen cuántos chicos entrarán en ella. Luego comprueben con sus compañeros. ¿Tenían razón?
- b. Formen otras figuras distintas a la anterior y estimen cuántos chicos entran. Luego comprueben.
- c. Ahora, coloquen la misma soga cerrada sobre el suelo formando diferentes figuras y cuenten las baldosas que ocupan.

Grupo 3

Material: una hoja cuadrículada (cuyos cuadrados son de 1 cm de lado) y una tijera.

- Recorten todos los rectángulos posibles cuyo perímetro (contorno o borde) sea de 20 cm. ¿Se necesita la misma cantidad de papel para todos los rectángulos?
- Ordenen de mayor a menor dichos rectángulos, teniendo en cuenta la superficie (cantidad de cuadrados que caben dentro del rectángulo).

Grupo 4

Materiales: una plancha de telgopor forrada con un papel cuadrículado de 1 cm de lado, chinchas, un cordón con sus extremos anudados formando una línea cerrada de 20 cm.

- Formen un rectángulo con el piolín sobre el papel cuadrículado utilizando las chinchas como vértices.
- Registren cuántos cuadrados (o cm^2) contiene el rectángulo realizado.
- Con el mismo cordón formen otro rectángulo diferente y registren nuevamente el número de cuadrados.
- Comparen los dos rectángulos; expliquen qué sucedió.
- Vuelquen los datos en una tabla grupal.

Rectángulo	Largo	Ancho	Número de cuadrados
------------	-------	-------	---------------------

- Respondan: ¿Los rectángulos de igual perímetro o (contorno) tienen la misma área (número de cuadrados)?

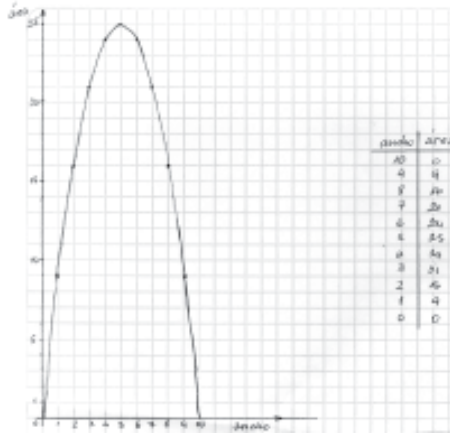
Grupo 5

Materiales: papel cuadriculado, regla

- a. Completen el siguiente cuadro teniendo en cuenta que los rectángulos son de 20 dm de perímetro.

Rectángulo	Largo	Ancho	Área
------------	-------	-------	------

- b. Ubiquen en los ejes cartesianos, los datos obtenidos en la tabla atendiendo a las magnitudes que corresponde (área y ancho).
- c. Observen el gráfico y respondan: ¿Qué pasa con el área cuando aumenta el ancho?



Grupo 6

Materiales: hojas cuadriculadas de 1 cm de lado para cada niño, tijera.

La docente da las consignas a todo el grupo.

- a. Recorten todos los rectángulos posibles de 20 cm de perímetro. Ir analizando cada construcción y simultáneamente descartar las repetidas.
- b. Comparen las áreas. ¿Cuántas veces cabe el área del rectángulo de menor superficie en el área de la de mayor superficie?.
- c. Ordenen según el área, de menor a mayor, los cinco rectángulos.

d. Construyan un cuadro donde se registren los siguientes datos de cada rectángulo:

- Largo (cm)
- Ancho (cm)
- Área (cm²)

(Pegar en el pizarrón los rectángulos en papel, y que cada alumno registre los datos correspondientes de cada rectángulo. La docente cuestionará cambiando la posición de los rectángulos para que los alumnos concluyan que varía el ancho y el largo pero no el perímetro).



Usted ha resuelto la Actividad N°1 en la que se consideró la posibilidad de utilizar guías que apuntan a la construcción y diferenciación de los conceptos de superficie y perímetro, con distintos alumnos en un plurigrado.

Si bien las formas de organizar los grupos son múltiples, resulta interesante analizar dos informes de docentes que realizaron la experiencia en escuelas rurales.

Actividad 2

- Lea los dos informes que siguen elaborados por los docentes que llevaron adelante la experiencia; tenga en cuenta cómo organizaron los grupos, qué estrategias diseñaron y cómo se desarrolló la puesta en común.
- Compare la modalidad de trabajo adoptada por estos docentes con las propuestas de agrupamiento para sus alumnos que Usted elaboró en la Actividad N°1. Comente qué modificaría en sus respuestas anteriores.

INFORME N° 1

GRUPO: 3º, 4º y 5º año

1. Situación Seleccionada

- Se entrega a los alumnos una guía «Terreno, huertas y perímetros». Los alumnos de 3er año sólo realizan el punto a.

Terrenos, huertos y perímetros

En los alrededores del lugar en que vivís, ¿hay terrenos sembrados? En el camino hacia la escuela, ¿ves alguna huerta?

Tal vez habrás notado que, en general, los terrenos no tienen la misma forma ni el mismo tamaño.

a. Si conocés alguna huerta, dibujála y respondé: aproximadamente, ¿cuánto mide?, ¿tiene alambre alrededor? Anotá toda la información que recuerdes. Si no pudiste observar una huerta real, pensá cómo se podría hacer una huerta en el terreno de la escuela y dibujá el plano en el cuaderno.

b. Leé la siguiente situación:

Una escuela tiene dos espacios disponibles para huerta.

Un vecino donó un rollo de alambre y la directora lo hizo cortar en dos partes iguales para que los alumnos, organizados en dos grupos, trazaran sus propias huertas, y usaran todo el alambre que recibieron para rodearla.

¿Te parece que las dos huertas quedarán iguales?

¿Es cierto que usar la misma cantidad de alambre, asegura que las huertas sean del mismo tamaño?

c. Para estudiar la relación entre el contorno de un terreno y la superficie que ocupa, te proponemos trabajar con un problema matemático:

Los rectángulos de igual perímetro, ¿tienen la misma área?

- El docente lee la guía y los alumnos responden las preguntas que allí aparecen.
- Los alumnos de 4° y 5° se sientan en parejas, la docente les entrega una hoja centimetrada, pegada a un telgopor, un hilo de 20 cm y chinchas. El trabajo que realizan los niños es el correspondiente al **Grupo 4**.

- Los alumnos de 5° realizan la tabla grupal.
- Los alumnos de 3° realizan la guía **Grupo 2**: Trabajo con una soga. En estas preguntas se cambió «chicos» por «plantas de lechuga».
- Una vez terminada toda la tarea los alumnos arriban a conclusiones.

I. 3er año realiza comparaciones cualitativas.

II. 4° y 5° años realizan mediciones con unidades no convencionales.

III. No se usaron instrumentos de medida.

IV. Realizaron estimaciones al responder a las primeras preguntas de la guía.

V. No se utilizaron diferentes unidades.

2. Las actividades enumeradas más arriba se diferencian en la creciente complejidad para cada año.

3. Conclusión esperada: *con el mismo perímetro se pueden hacer huertas (rectángulos) de diferentes superficies.*

4. Se registró la totalidad de la clase.

5. Observaciones:

- Efectos esperados:

§ Entusiasmo por el trabajo a realizar.

§ Conocimiento de figuras.

§ Formación de varios rectángulos de diferente forma.

- § Los alumnos de 3er año llegaron rápidamente a la conclusión, después de la experiencia.
 - § Los alumnos de 5to. año lograron ver la diferencia entre el largo y el ancho del rectángulo.
 - § Reconocieron su error al verificar con el trabajo, las áreas de los rectángulos.
 - Efectos no esperados:
 - § No apareció la expresión clara de los razonamientos de cada niño; se logró guiándolos continuamente.
 - Aspectos imprevistos:
 - § Demasiada ansiedad y curiosidad por el material presentado.
- 6.** Se conservaron todas las producciones de los alumnos
- 7.** Aspecto a modificar:
- Tomar más tiempo para realizar las actividades debido a que el grupo de alumnos necesita mucho apoyo del docente.

INFORME N° 1

- 1.** La actividad seleccionada está relacionada con el concepto de MEDIDA. Se trabajará sobre los contenidos de perímetro y área.

El grupo elegido para la puesta en práctica es el de los alumnos de 4to y 5to año (la escuela tiene tres docentes y por lo tanto los agrupamientos que se dan son: 1er ciclo, 4º y 5º años, y 6º y 7º años).

La actividad seleccionada fue la siguiente situación problemática:

«Una escuela tiene dos espacios disponibles para huerta. Un vecino donó un rollo de alambre y la directora lo hizo cortar en dos partes iguales para que los alumnos, organizados en dos grupos, trazaran sus propias huertas, y usaran para rodearla todo el alambre que recibieron.

¿Te parece que las dos huertas quedarán iguales?

¿Es cierto que usar la misma cantidad de alambre, asegura que las huertas sean del mismo tamaño?»

Los recursos elegidos:

- § ayudándose entre compañeros, trabajo con sogas,
- § trabajo con pajitas y cuadraditos de papel,
- § trabajo con telgopor e hilo,
- § trabajo con papel cuadriculado y tijera.

A pesar de estar trabajando con un grupo bastante homogéneo, desde el punto de vista cronológico, existen diversidades muy amplias con relación a los saberes y experiencias previas de los alumnos con respecto al contenido a abordar. Por lo tanto se propusieron distintos materiales o recursos didácticos, lo que permitió trabajar el mismo problema, pero en distintos niveles.

A través de la actividad propuesta se dio a los alumnos la oportunidad de:

- realizar comparaciones cualitativas (por ejemplo, cuando trabajan con sogas,
- medir con unidades no convencionales (cuando trabajan con pajitas y cuadraditos),

- medir convencionalmente (ésta no era una propuesta que había planteado inicialmente, pero los alumnos que trabajaron con el telgopor y la hoja cuadriculada, primero estimaron a simple vista que los cuadraditos serían de 1cm de lado, luego los midieron con la regla y lo comprobaron, y a partir de ese momento ya no hablaron más de cuadraditos, sino de centímetros),
- usar instrumentos convencionales (sólo en la situación antes descrita),
- estimar (a lo largo de toda la propuesta, incluso antes de trabajar con el material concreto, los alumnos ya plantearon algunas hipótesis de resolución, basadas en estimaciones),
- relacionar diferentes magnitudes (durante toda la actividad, aunque no fue explicitado).

Para decidir qué recursos asignar a cada grupo, se usó, “a priori” un criterio relacionado con un “supuesto nivel de complejidad”, aunque en la práctica se presentaron algunas sorpresas, ya que los alumnos, en su mayoría pudieron trabajar de manera excelente y arribaron a conclusiones muy pertinentes.

2. Si bien la situación planteada es la misma, al proponer distintos recursos; se presentan desafíos diferentes para cada grupo.

Se diferencian fundamentalmente en el nivel de abstracción con el que deben trabajar, ya que, por ejemplo, los alumnos que debían experimentar con la soga y “colocar” a otros alumnos dentro, no realizaron la misma operación mental que quienes tuvieron que recortar rectángulos con un perímetro fijo de 20 lados de cuadraditos.

Además, esta diversidad de materiales da la posibilidad de enriquecimientos mutuos durante el intercambio en la puesta en común. También le otorga significatividad al hecho de “contar lo que se hizo”, ya que el resto de los compañeros trabaja con otros materiales. Favorece también la oralidad porque,

el tener que explicar los procedimientos realizados, les demanda a los alumnos tener que organizarlos primero en su propio pensamiento.

3. Las conclusiones esperadas en la puesta en común tienen que ver con que los alumnos puedan observar la relación que se da entre perímetro y área, que puedan darse cuenta que, aunque el perímetro permanezca constante, si varía la forma, puede variar también el área.

Se espera, además, que los alumnos vayan construyendo estructuras de base, para luego plantear situaciones problemáticas en las que el dato del perímetro no se mantenga fijo, y observar cómo incide esta variación en las otras dos variables (forma y área).

También a través de estas actividades se propone traer a la luz conocimientos ya aprendidos en años anteriores, para completarlos y reestructurarlos e ir avanzando en la construcción de estos conceptos, que se retomarán en años siguientes.

4. La clase planteada comienza cuando se traen a la luz conocimientos ya trabajados. Quizá no fue la mejor forma de comenzar, ya que al plantear algunos conceptos (por ejemplo, perímetro), en un primer momento los alumnos se desconcertaron, aunque poco a poco fueron recordando.

Luego se propone la **situación problema** a resolver; algunos de los alumnos la toman como propia y la conectan con sus propios esquemas. Otros, en una primera instancia no la consideran, pero luego, cuando se les presentan los materiales, la toman como un desafío real y demuestran interés.

Después a través del pensamiento y el trabajo concreto propiamente dicho (medición, armado, recortes, estimación, etcétera) los alumnos llevan a la práctica las consignas propuestas. (Vale aclarar aquí, que las consignas respectivas fueron entregadas, por escrito, en una ficha, a cada uno de los grupos).

Más tarde se produjo el intercambio entre los grupos. Todos habían trabajado la misma situación, pero con distintos recursos; esto no era tan

obvio para los alumnos, por lo tanto el docente lo debió explicitar varias veces durante la puesta en común.

Mientras se desarrollaba el intercambio, cada grupo iba explicando cuáles fueron los pasos seguidos, las estimaciones realizadas, los aciertos, los desacuerdos y las conclusiones a las que arribaron.

En esta instancia se confronta el trabajo de todos los alumnos, y cada uno puede ir revisando su propio proceso a la luz de los aportes de los demás.

Por último, se da por parte del docente un intento de síntesis que quizá en esta oportunidad no fue muy clara, hizo falta más tiempo para seguir trabajando, y de alguna manera esperar el momento propicio para presentarla a los alumnos. Se hicieron algunas aproximaciones pero no fue suficiente.

5. Observaciones

- Efectos esperados que aparecieron:
 - § La relación perímetro-área; los alumnos consideraban, erróneamente, que si el perímetro se mantiene fijo, el área también;
 - § Trabajo autónomo por parte de la mayoría de los alumnos, quienes resolvieron los distintos problemas con total independencia del docente.

- Aspectos que no aparecieron:
 - § Los alumnos no consideraron como una variable importante la forma, en relación con el perímetro y el área hasta que no fue mencionado por el docente.

- Aspectos imprevistos:
 - § Por el medio socio-cultural en el que viven, cuando se planteó la situación problemática de las huertas, los alumnos hicieron una relación directa con su realidad cotidiana, y plantearon situaciones prácticas, tales como, la cantidad de palos a usar en el alambrado,

la cantidad de vueltas de alambre por cada palo, la distancia de ubicación de los palos, las superficies de las quintas para plantar distintos vegetales y otras consideraciones (que no forman parte del registro de clase) sobre la cantidad de alambre a utilizar. Estos aspectos no habían sido previstos por el docente, y sin embargo los alumnos los consideraron pertinente para la resolución del problema. En este caso lo que se hizo fue obviar estas cuestiones. Para situaciones futuras quizás sea conveniente precisar lo más posible el problema a presentar; o de lo contrario darles libertad a los alumnos para que incluyan esta variable dentro del problema y resolverla. Aquí se haría necesario otorgarles valores numéricos a los datos (alambres, perímetros, etcétera).

6. Aspectos a modificar

Además de los ya mencionados en el informe:

- prever con más cuidado la variable del tiempo, de manera tal que todas las instancias de la clase se desarrollen con el tiempo adecuado;
- plantear con más claridad la fase de la institucionalización de los saberes;
- no plantear la situación áulica de manera aislada, sino con un espacio de proyección que permita replanteos tanto de los alumnos como del docente;
- el hecho de plantear una analogía entre la situación inicial propuesta, y los resultados a los que fueron arribando paulatinamente los alumnos, luego de la concreción de las distintas tareas, no fue un recurso muy válido; sería mucho más interesante que esta analogía sea propuesta o descubierta por los alumnos y no introducida por el docente.



Se han presentado dos informes realizados con posterioridad al desarrollo de las clases y los análisis que efectuaron los docentes.

En los informes anteriores aparecen descriptos una serie de aspectos que es importante tener en cuenta a la hora de registrar: situaciones planificadas que efectivamente sucedieron, aquellas que no se pudieron concretar, otras imprevistas, aspectos que será necesario modificar en nuevas situaciones.

Por otra parte, especialmente en el segundo informe, es posible analizar lo sucedido desde la perspectiva de algunos autores que definen fases para la tarea del docente en un recorrido didáctico. Esta clase fue organizada teniendo en cuenta el siguiente esquema:

- **una fase preactiva**, que es la etapa de la planificación (puntos 1, 2 y 3), donde intervinieron todos los conocimientos relacionados con el diseño curricular y con el grupo de alumnos y la experiencia del docente;
- **una fase interactiva**, donde se llevó a la práctica la situación planificada (punto 4) y
- **una fase post-activa**, donde se hace un análisis cualitativo de lo que ocurrió durante la fase anterior, teniendo como insumo el registro de clase. Aquí es donde se aprecian los errores, se proponen alternativas, se rescata lo que puede servir para el futuro, etcétera. A partir de este análisis se puede provocar un replanteo de la propia práctica y mejorar la tarea (puntos 5 y 6).



En la actividad que sigue, Usted trabajará sobre sus propios registros como una forma de aproximarse a la evaluación final del Curso.

Actividad 3

Considere los registros que haya realizado a partir de las sugerencias de los Módulos 1 y 2. Para la evaluación del Curso, Usted tendrá que trabajar en torno a uno de esos registros, seguramente el que más riqueza de análisis ofrezca.

- Reléalos e identifique en ellos:
 - § Situaciones planificadas que se concretaron o no
 - § Imprevistos
 - § Modificaciones que haría en clases siguientes.

Si al revisar sus propios registros, encuentra que puede completarlos con nuevas apreciaciones y/o descripciones de las situaciones, no dude en hacerlo. Estará así poniendo en práctica la fase post-activa respecto de la clase que Usted dio y registró; a la vez, surgirán conclusiones de utilidad para cuando tenga que diseñar nuevas situaciones de enseñanza (fase preactiva).

D: Revise las apreciaciones que Usted fue realizando en los Módulos anteriores respecto de las diferentes miradas que cada maestro tuvo sobre las situaciones de clase planteadas en los Módulos: los contenidos seleccionados, las estrategias puestas en marcha, lo que a cada uno le llamó la atención, la participación de los alumnos, etcétera. Este análisis le será de utilidad para organizar la propuesta que se sugiere en actividades siguientes.



En la segunda parte de este Módulo, seguirá trabajando con sus registros de clase, incorporando otras perspectivas de análisis.

La organización de los alumnos para el trabajo en plurigrado



En esta segunda parte, Usted encontrará una nueva mirada a los casos presentados en los Módulos 1 y 2 que le permitirá avanzar en el desarrollo de estrategias para observar y analizar sus propias prácticas de clase. Por otra parte, a modo de síntesis, se recuperan algunos aspectos conceptuales que subyacen a las diferentes propuestas didácticas desarrolladas a lo largo de todo el Curso.

El registro en la tarea cotidiana

“Mirar y volver a mirar” lo realizado requiere de estrategias que ofrezcan la posibilidad de poner cierta distancia entre la toma de decisiones (previas y durante la práctica) y su análisis, para poder comprenderlas “un poco más de lejos”. Esta mirada centrada en algunas situaciones particulares, en sus razones y consecuencias, abre el camino para establecer generalizaciones y transferirlas a otras situaciones que compartan, con las analizadas, algunas de sus características.

El registro se constituye en una de estas estrategias. Es una posibilidad de “tener a mano” la práctica realizada para poder trabajar sobre ella. Es una manera de tener información disponible acerca de lo que pasó; esas prácticas tomadas como ejemplo, como modelo, permiten avanzar en dos sentidos: en el análisis de lo realizado y a la vez en la construcción de estrategias de análisis. El registro escrito no es un objeto valioso en sí mismo, sino como un instrumento para promover la reflexión.



Dado que Usted va avanzando autónomamente en el enriquecimiento de sus propios registros, una forma de acompañarlo en esta tarea, será a través del análisis de las clases de María Luisa y Norma, protagonistas junto con sus alumnos, de los casos presentados en los Módulos 1 y 2. En este análisis se consideran especialmente, la organización de las clases, los contenidos desarrollados,

las consignas presentadas y los recursos utilizados; a la vez, se tiene en cuenta cómo se plantea la puesta en común de los trabajos en pequeños grupos y la posibilidad de actividades comunes a todos los alumnos.

Dos clases de María Luisa: distintas estrategias para enseñar la división (Módulo 1)

Una manera de “tener a mano” lo sucedido en una clase es contemplar simultáneamente diferentes variables que intervienen en ella. Una posibilidad es centrar la atención en: la organización, los contenidos, las consignas y los recursos.

Primera clase

Organización	Contenidos	Consigna	Recursos
Grupo 1 Julián y Federico (1°)	División (repartir entre 2)	Repartir las golosinas entre los dos, por partes iguales y mostrar el resultado en dibujos.	Siluetas de cartulina que representan golosinas. Julián: 18 caramelos Federico: 15 chocolates
Grupo 2 Rosa, Juana y Santiago (2°)	División (agrupar de a 6)	Averiguar cuántas cajas se deben usar para ubicar estos alfajores en cajas de seis alfajores cada una.	Mazo de 60 tarjetas que representan alfajores.
Sofía (3°)	División (agrupar de a 8 una cantidad de 3 cifras)	Averiguar cuántas cajas de ocho lápices cada una se pueden completar con 740 lápices	Lápiz y papel.

Grupo 3 Luz y Sebastián (4°)	División (cuentas con dividendo de 5 cifras y divisor de 2 cifras)	Resolver: $18.453 : 16$ $35.847 : 70$	Lápiz y papel.
Grupo 4 Mario, Tobías y Yamila (6°)	División por números menores que 1.	Usar la calculadora para explorar qué efecto produce dividir por 0,1; por 0,01; por 0,001	Calculadora.

Segunda clase

Organización	Contenidos	Consigna	Recursos
Grupo total: presentación del trabajo.	División (organizaciones rectangulares)	Resolver algunos problemas en los que se deben cubrir pisos rectangulares con baldosas.	
Grupo 1 Federico (1°) Rosa, Juana y Santiago (2°) Sofía (3°)	División (organizaciones rectangulares)	Con 40 baldosas se quiere cubrir un piso haciendo filas de 6 baldosas en cada una. ¿Cuántas filas se pueden completar?	Cuadrados de papel a modo de baldosas
Grupo 3 Luz y Sebastián (4°)	División (organizaciones rectangulares)	Un albañil debe cubrir un piso de 12 baldosas de ancho. Dibujen el piso más grande que puede hacer si dispone de 150 baldosas. ¿Cuántas baldosas tiene de largo? Anoten la respuesta junto al dibujo.	Lápiz y papel cuadriculado.

Grupo 4 Mario y Tobías (6°) Grupo total:	División (organizaciones rectangulares)	¿Qué piso rectangular se puede cubrir con 60 baldosas, sin que sobre ninguna baldosa? Si encuentran más de una solución, anótenlas todas indicando cuántas baldosas hay en el largo y cuántas baldosas hay en el ancho del piso que encuentren.	Cuadrados de papel, papel cuadriculado.
Comunicación de resultados y procedimientos	División (resolución de problemas)	María Luisa pide que cada grupo muestre como resolvió la situación que le planteaba su consigna.	

María Luisa organizó una **puesta en común** con el grupo total en su segunda clase. En ella, todos los alumnos escuchan la narración de lo realizado en cada grupo y los más pequeños aprovechan el aporte de los mayores porque pueden reconocer la estructura de los problemas y se familiarizan con el lenguaje oral y simbólico usado para indicarlo («de dividir», " $40 \div 6 = 6$ y sobran 4", " $150 \div 12 = 12$ y sobran 6»).

Los mayores se benefician con el examen de diferentes estrategias y distintos recursos, para la resolución de problemas similares. También es importante destacar el aporte de Luz (3°) quien frente a la situación de 7,5 para el número de baldosas que deben ir en el ancho sugiere partir baldosas por la mitad.

En general, todos acumulan experiencia sobre cubrimientos de superficies rectangulares con unidades cuadradas lo que constituye un marco asimilador adecuado para la conceptualización de la medida de superficies.

Los problemas que quedan como tarea podrían retomarse en una puesta en común que permitiera sistematizar los procedimientos de resolución encontrados.

En esta escuela podría plantearse como proyecto a abordar el cálculo de los materiales necesarios para completar el piso de la galería alrededor del edificio.

Es necesario, además, pensar tareas diferenciadas para lograr un progreso en los conocimientos de cada grupo, como las que se sugieren a continuación como ejemplo:

- Seguramente los alumnos de primer año necesitan explorar nuevas situaciones de reparto y partición, con rangos numéricos cada vez mayores.
- Los alumnos de segundo y tercero pueden hacer uso de sombreados sobre hojas de papel cuadriculado para representar nuevos embaldosados, dado el registro simbólico del producto que da el número de baldosas.
- Al grupo de cuarto y quinto año se le puede pedir todas las variaciones posibles de productos desde 1×1 a 9×9 en rectángulos recortados en papel que representen embaldosados.
- Los alumnos de sexto y séptimo pueden escribir en tarjetas una serie de preguntas que constituyan problemas directos e inversos sobre los embaldosados para que todos puedan jugar a descubrir la respuesta mentalmente, o con los recortes de papel o con las representaciones en papel cuadriculado. Por ejemplo:
 - § «Con 320 baldosas, ¿cuántas filas de 16 se pueden hacer?»
 - § «¿Cuántas baldosas se necesitan para hacer 16 filas de 8 baldosas cada una?»

Claro que estas tarjetas deben recorrer un amplio rango de extensión numérica para que los diferentes grupos puedan jugar con el rango adecuado a sus posibilidades y que en diferentes momentos puedan progresar hacia números mayores.

La clase de Norma - Distintos contenidos geométricos en torno a un mismo eje. (Módulo 2)

Recuerde que esta clase se había iniciado con la puesta en común de las resoluciones de problemas dados como tarea, que anticipaban el trabajo del día.

Organización	Contenidos	Consigna	Recursos
Grupo total: corrección de la tarea (diferenciada para distintos grupos)	Triángulos, perímetro, clasificación según sus lados.	Resolver problemas	Recortes de papel, útiles de geometría.
Grupo 1 tres alumnos de 4° año	Triángulos	Dibujar triángulos de distinta clase y anotar las medidas de los lados.	Grupo 1: palitos de madera de distintas medidas
Grupo 2: cuatro alumnos de 5° año.	Propiedad triangular Clasificación, reproducción y descripción de figuras.	Comprobar si se pueden formar triángulos a partir de tres medidas cualesquiera.	Grupo 2: papelitos, en los que están escritas distintas cantidades, instrumentos de geometría.
Grupo 3: un alumno de 5° y dos de 6° año. Grupo 4: un alumno de 5° y dos de 6° año.	Triángulos: elementos y propiedades. Congruencia. Descripción y reproducción de figuras.	Escribir en una hoja las instrucciones para que otro compañero dibuje un triángulo que pueda superponerse con el original.	Lápiz y papel de calcar, instrumentos de geometría.
Grupos 3 y 4	Descripción de figuras. Construcción de triángulos congruentes	Formar parejas según el triángulo construido, comparar las construcciones y los mensajes.	Lápiz y papel de calcar, instrumentos de geometría.
Grupo total: Comunicación de resultados y procedimientos.	Propiedad triangular Congruencia de triángulos.	Mostrar el trabajo realizado y explicar cómo se obtuvo.	

En las intervenciones de la maestra se destaca la intención de promover la reflexión sobre las acciones realizadas y la comunicación de procedimientos:

Irina, ¿porqué decís que la cuenta no da? ...

Veamos tu dibujo, ¿cómo lo hiciste?

¿Vos que decís, Ale?...

Podés probar con diez, cinco y quince. Pasará lo mismo?...

¿Qué datos hay que usar para construir un triángulo congruente con otro?

La interacción entre los alumnos de los grupos 1 y 2 permite comparar comprobaciones de distinta naturaleza. El análisis numérico de Irina ayuda a Jonathan y a Segundo para reflexionar sobre sus acciones, pero no es orientador para Ale que, tal vez, recién puede comenzar a pensar de otra manera frente a la comprobación material de los alumnos de 4° año.

En los grupos 3 y 4, si bien se incluye un alumno de 5° año en cada grupo para elaborar los mensajes, al trabajar por parejas los alumnos se reúnen nuevamente por años. Esta organización flexible, a la vez que favorece el intercambio con los más grandes, permite a cada uno avanzar en la medida de sus posibilidades.

En todos los casos la necesidad de comunicar a otros lo realizado obliga a volver sobre las propias acciones para crear un lenguaje que asegure el intercambio, avanzando en el proceso de conceptualización.

Los problemas que formula la maestra como tarea contribuyen a ampliar el sentido de los conceptos abordados durante la clase, dado que se afianzan las relaciones que los vinculan a otros conceptos involucrados en su resolución.



Los dos casos presentados se han descrito en torno a la organización de la clase, los contenidos, las consignas y los recursos, los avances de los diferentes grupos, el intercambio entre ellos para la puesta en común de la tarea, las intervenciones de la maestra. Mirar las situaciones de clase desde esta perspectiva supera la lectura “de corrido” de una experiencia y puede constituirse para Usted en un insumo a la hora de completar el registro de clase que presentará para la evaluación final del Curso.

Actividad 4

Esta actividad está prevista para que Usted elija entre los registros de clase que ha realizado a lo largo del Curso, aquel sobre el cual podrá profundizar el análisis, para presentarlo en la evaluación final.

La sola relectura de sus registros es una manera de “volver a mirar” la práctica y esa nueva mirada, por sí misma, ofrece posibilidades de enriquecer el hacer cotidiano. Surgen reflexiones del tipo: tendría que repetir esto... tal cosa no la volvería a hacer... en realidad lo que pasó fue que..., lo que dijo tal alumno es interesante porque..., etc. De todos modos, es necesario considerar que cada uno registra lo que “se le aparece” como relevante: en esto radica la potencialidad del registro.

En la primera parte de este Módulo se le propuso revisar y completar sus registros en torno a:

- § la organización de los grupos de alumnos,
- § las estrategias docentes,
- § los aspectos planificados, cumplidos y no cumplidos,
- § las situaciones imprevistas,
- § las modificaciones necesarias para clases posteriores.

En esta segunda parte se consideró especialmente:

- § la organización de las clases,
- § los contenidos desarrollados,
- § las consignas presentadas,
- § los recursos utilizados,
- § la puesta en común de trabajos individuales o en pequeños grupos,
- § la posibilidad de actividades comunes a todos los alumnos.

- Retome sus propios registros sobre las propuestas que llevó al aula y observe en ellos cómo están presentes estos aspectos.
- Elija el registro que considere más representativo de los aportes que este Curso le brindó. Recuerde que deberá compartirlo con el tutor y con sus colegas durante el encuentro de evaluación del Curso.
- Complete el registro elegido con todos aquellos datos y reflexiones que considere pertinentes.



Tenga en cuenta que no es necesario “forzar” el registro ya realizado, incluyendo aspectos que tal vez no hayan sido relevantes en el momento de tomarlo. Tal vez no haya habido una puesta en común entre los alumnos; quizás lo central pasó por intervenciones individuales en una clase colectiva.... En este sentido los aspectos considerados aquí son un marco de referencia y no un punteo de temas al que haya que responder uno a uno. No deje de incluir otros criterios que considere de importancia, aunque no se mencionen en los Módulos.

D: Esta es una interesante oportunidad para que todos los maestros de la escuela compartan los diferentes registros.

- Promueva una reunión de intercambio entre los maestros, en la que cada uno de ellos aporte sus conclusiones al trabajo de los demás; fundamentalmente las modificaciones que cada uno fue haciendo a sus registros iniciales. Para todos los docentes este intercambio será de utilidad, pues reproduce a pequeña escala lo que será una parte de la evaluación final, junto al tutor.
- Tome nota en su carpeta personal de las diferentes apreciaciones de los maestros, compare los diferentes puntos de vista.
- Seleccione aquellos aspectos que le resulten significativos para orientar a sus maestros en el diseño de nuevas situaciones de enseñanza.



En camino hacia la evaluación final...

Enseñar y aprender Matemática en plurigrado

En Matemática, el aprendizaje de hechos, conceptos y estructuras constituye, por lo general, un proceso a largo plazo. Por eso, en la organización de la enseñanza es necesario disponer de secuencias de actividades destinadas a favorecer ese proceso y que pueden extenderse de año en año escolar. Cada secuencia constituye un esquema básico estructural que puede ser diversificado en ramificaciones y que admite la confluencia de aportes ocasionales.

El plurigrado es un lugar privilegiado para que el docente pueda ser testigo de la evolución de los alumnos respecto de sus procesos de aprendizaje ya que permanecen a su cargo durante varios años. Por otra parte, la interacción entre alumnos que enfrentan diferentes niveles de avance en la construcción de cierto contenido, estimula a quienes van detrás y contribuye al afianzamiento de los que marchan delante. Por eso es deseable que una organización flexible de la clase dé lugar a agrupamientos móviles.



El siguiente cuadro presenta las alternativas didácticas para el plurigrado trabajadas en los Módulos 1 y 2.

Módulo	Parte	Alternativas didácticas para el plurigrado		Características
Módulo 1	Primera Parte	Una misma propuesta para trabajar con varios grupos.	Un mismo juego, con distintas versiones, donde un mismo contenido se desarrolla con distintos niveles de profundidad.	= reglas generales del juego \neq versiones (tira, saltos) = contenido (múltiplo) \neq nivel de profundidad
	Segunda parte	Distintas estrategias para enseñar un mismo contenido.	Un mismo contenido, del que se desarrollan distintos aspectos con distintas actividades.	= contenido general (división) \neq aspectos (significados, cálculo) \neq actividades \neq recursos
			Un contenido que se aborda con un "mismo" problema con distintos recursos y estrategias.	= contexto y problema general (embaldosado) \neq datos ($40:6=?;$ $150:12=?;$ $60:?=?$) \neq recursos
Módulo 2	Primera parte	Las mismas nociones de Estadística para diferentes grupos.	Un mismo contenido, desarrollado a través de un proyecto común, con distintos recursos.	= tema (clima, familia) = contenido (recolección, representación, interpretación) \neq recursos.
	Segunda parte	Distintos contenidos geométricos en torno a un mismo eje.	Distintos contenidos de un mismo eje desarrollados a través de distintas actividades que involucran construcciones y promueven un mismo objetivo.	= tema (triángulos) \neq contenidos (propiedad triangular, congruencia) \neq actividades con recursos = objetivo (avanzar en argumentación)

Actividad 5

El desafío de este Curso es que cada uno de los docentes participantes pueda ampliar el conjunto de estrategias de que ya dispone para enseñar Matemática en plurigrado.

- Relea los Módulos e identifique los diferentes contenidos matemáticos trabajados. Considere para cuáles de ellos ha encontrado estrategias que faciliten su enseñanza en plurigrado.
- Responda las siguientes preguntas, que si bien son válidas para las decisiones de enseñanza que cualquier docente debe tomar, adquieren especial sentido en las situaciones de plurigrado:
 - § ¿Qué es importante tener en cuenta para que una misma propuesta de enseñanza se pueda trabajar simultáneamente con varios grupos? ¿Cuáles son los aspectos comunes y cuáles los diferentes?
 - § ¿En qué casos puede enseñarse un mismo contenido para todos los grupos?
 - § ¿Cuándo pueden confluir en un resultado común las actividades diferentes que se sugieren a los distintos grupos?
- Revise las respuestas a las preguntas anteriores en función del registro que eligió para presentar en la evaluación final. Incorpore a su carpeta personal sus apreciaciones al respecto. Estas conclusiones que relacionan las alternativas de enseñanza en plurigrado con el caso particular del registro que Usted ha elegido, serán uno de los ejes de trabajo durante la evaluación final.



A lo largo de todo el Curso con distinto énfasis en los diferentes Módulos, se ha planteado la articulación entre: contenidos matemáticos, decisiones docentes en torno a propuestas de enseñanza para el plurigrado y diferentes posibilidades de agrupamiento de los alumnos.

A continuación, como una forma de conceptualizar sobre las prácticas presentadas, se plantean criterios que facilitan la toma de decisiones respecto de qué actividades proponer a los diferentes grupos de alumnos teniendo en cuenta sus posibilidades de construcción de conocimientos.

La didáctica de la Matemática plantea organizar propuestas de enseñanza a partir de la presentación de situaciones que incluyan problemas que favorezcan la utilización de los conocimientos que los alumnos ya poseen o propicie la creación de otros nuevos para organizar sus acciones, haciendo anticipaciones, validándolas, efectuando reformulaciones, apropiándose también, poco a poco de un lenguaje apropiado para comunicar estas elaboraciones. Por lo tanto se ve la importancia que se da a la participación de los alumnos en la resolución de problemas bajo ciertas condiciones creadas por el docente, que permitirán el progreso en los conocimientos matemáticos que ya poseen.

Para gestionar el avance de los conocimientos infantiles, en la escuela, es importante proponer situaciones donde los alumnos puedan poner en juego esos conocimientos previos, poner a prueba las conceptualizaciones construidas, construir otras nuevas a partir del establecimiento de nuevas relaciones, avanzando progresivamente a través de la resolución de nuevos problemas, las confrontaciones y los análisis generados en la clase a propósito de ellos.

El nivel más accesible para iniciar la construcción de un concepto consiste en la resolución de problemas provenientes de un contexto en donde el alumno le puedan atribuir significado y sentido al contenido que se desea enseñar. Teniendo en cuenta que un conocimiento adquiere sentido en función de los múltiples problemas a los que responde, y que cada problema ilumina alguna parte de sus propiedades. Las consecuencias didácticas de estas dos cuestiones son inmediatas, es a partir de la resolución de problemas que los alumnos podrán construir el sentido de los contenidos matemáticos. Pero, además, es importante que el docente plantee diversos problemas vinculados a ese contenido para poder cubrir sus variados aspectos propiedades y relaciones.

Se destaca actualmente la importancia de la acción en la construcción de los conceptos matemáticos pero es preciso aclarar que esta acción es una actividad propia del alumno, que no se refiere a la manipulación de objetos materiales, sino que se habla de una acción con finalidad, una relación entre pensamiento y

acción que va mucho más allá de una simple manipulación guiada. En Matemática es importantísimo el rol de la anticipación, que supone la elaboración de una estrategia, que permite anticipar el resultado de la acción, antes de ser realizada o de una acción no presente pero de la cual se dispone de ciertas informaciones.

Otro aspecto que es importante aclarar es el supuesto que plantea el ir de lo concreto a lo abstracto como forma de complejizar una propuesta de enseñanza. Aquí cabe aclarar que las operaciones “concretas” son acciones, en el sentido anteriormente definido, que refieren a cuestiones de la realidad. Esto no implica que el niño necesariamente deba tener delante de sí las cuestiones de las cuales se ocupa para poder pensar sobre ellas.

En cuanto a los criterios básicos para la secuenciación de actividades algunos de ellos son: pertinencia en relación a las capacidades de los alumnos, presentación lógica, ideas eje que den sentido a los contenidos desarrollados, continuidad y progresión en su tratamiento a lo largo de las diferentes etapas, organización de las secuencias a partir de contenidos que actúan como organizadores, interrelación entre los contenidos de diferentes secuencias.

Los docentes frecuentemente organizan actividades con niveles crecientes de dificultad para que, tarde o temprano, cada alumno recorra las actividades propuestas para todos los niveles.

Sin embargo, es posible que algún alumno, por circunstancias externas al grupo escolar, disponga de experiencias que le permitan omitir algunas actividades y también, que haya otros que necesiten reelaborar algún concepto antes de proseguir con las sucesivas actividades que se le presenten. Solo el conocimiento que el docente tenga de la situación de cada uno de sus alumnos le permitirá seleccionar las propuestas adecuadas para ellos y hacer los ajustes necesarios. Una alternativa es :

- Preparar actividades de profundización para los que llegan antes a transitar todos los niveles previstos.
- Preparar actividades de recuperación para quienes encontraron en cierto nivel una dificultad mayor que la prevista.

Actividad 6

- Revise nuevamente los Módulos y considere las distintas formas de organización que se han ido sugiriendo para la enseñanza de los distintos contenidos.
 - Identifique aquellas que usan criterios diferentes a la agrupación por años de escolaridad y que, a lo largo del trabajo con los Módulos, consideró como pertinentes para su grupo de alumnos.
 - Responda las siguientes preguntas: ¿Cuándo y por qué en plurigrado es posible y necesario organizar grupos que involucren alumnos de diferentes años de escolaridad? ¿Qué criterios permiten hacerlo de distintos modos, para diferentes actividades?
- § Al igual que en la Actividad N° 5 : Revise las respuestas a las preguntas anteriores en función del registro que eligió para presentar en la evaluación final. Incorpore a su carpeta personal sus apreciaciones al respecto. Estas conclusiones que relacionan las posibilidades de agrupamiento de los alumnos en plurigrado con el caso particular del registro que Usted ha elegido, serán uno de los ejes de trabajo durante la evaluación final.

D: En las Actividades N° 5 y 6 se han formulado a los maestros una serie de preguntas que se relacionan con las decisiones de enseñanza y los criterios para organizar agrupamientos de alumnos en plurigrado. Se le ha dicho a los docentes que el trabajo en torno a estos dos ejes, orientará la tarea de intercambio sobre los registros de cada uno durante la evaluación final. Esto también es válido para los directores:

- Responda las mismas preguntas desde la perspectiva de la tarea de toda la escuela.



Las últimas tres actividades de este Módulo tienen carácter de síntesis de lo trabajado a lo largo de todo el Curso. A la vez, tienen sentido prospectivo pues los aspectos sobre los que se pide reflexionar son generalizables a toda situación de enseñanza en plurigrado. Los anexos que siguen a continuación tienen por objeto profundizar temas considerados en los distintos Módulos, y algunas otras alternativas que si bien no han sido desarrolladas previamente, seguramente serán de interés para la enseñanza en plurigrado.

Este Curso no finaliza. Seguramente los Módulos se constituirán a partir de ahora en un material de consulta para el desarrollo de diferentes propuestas. Por otra parte la posibilidad de “mirar y volver a mirar” la tarea cotidiana a través de los registros, de descubrir día a día y en forma autónoma alternativas que le permitan enseñar mejor en plurigrado, es un camino por el que vale la pena seguir transitando.



Anexos

SUGERENCIA DE LECTURAS Y ACTIVIDADES

Si Usted está interesado en profundizar sus conocimientos acerca de algunos de los temas desarrollados en el Curso, en las páginas siguientes encontrará una selección de breves lecturas y sugerencias de actividades para trabajar en las aulas que esperamos sean de su interés.

Queremos destacar que los recursos y las actividades que le sugerimos tienen como propósito apoyar su tarea. Si usted considera que no son adecuadas para su grupo de alumnos, puede modificarlas o elegir otras que le parezcan más apropiadas.

Ángulos y mediciones



Una crónica casi textual nos permite imaginar una situación de aula como si hubiéramos participado de ella. En el caso de este Anexo no se trata del relato de actividades desarrolladas con alumnos, sino de la interacción entre docentes y capacitadores. Esperamos que a través de su lectura Usted pueda ampliar su concepción acerca de cómo acceden los niños a la noción de ángulo y a la vez conocer un sencillo instrumento de papel que favorece la introducción del transportador comercial como recurso escolar para la medición de ángulos.

TALLER: LOS ÁNGULOS

El taller estuvo a cargo de dos capacitadoras. Una de ellas lo coordinó y la segunda tomó el registro. Se inició con una breve presentación de cada participante. Luego, la coordinadora caracterizó el modo de trabajo en los talleres: espacio de reflexión, oportunidad de que todos aprendamos de todos al comunicarnos y compartir experiencias.

Capacitadora: - Cada uno de ustedes recibirá una hoja de papel transparente. Marquen un doblez por la mitad, en la parte superior dibujen un ángulo agudo y en la otra un ángulo obtuso. Con regla, por favor.

C.: - En el pequeño grupo, ¿quién tiene el ángulo obtuso menor? ¿Y el mayor? Hagan las comparaciones que necesiten entre los agudos y entre los obtusos. (los docentes comparan los ángulos superponiendo las hojas).

Algunos docentes: - Los nuestros son iguales.

C. : - Para ustedes dos, a simple vista, a ojo, son aproximadamente iguales. (en el pizarrón anota, oyendo diferentes respuestas)

... es aproximadamente igual a ...

... es menor que...

... es mayor que...

C. : - Hasta acá, ¿cómo hicieron esta primera evaluación?

- Porque el papel es transparente se pudieron superponer los ángulos y dar una respuesta.

- Si tienen dos ángulos obtusos desiguales, ¿pueden mostrar la diferencia?

- Suena a cuantificación.

- ¡Claro!

- Complemento.

- ¿Cuántas veces cabe el ángulo agudo en el obtuso propio?

- ¿Se puede cortar la hoja?

- ¡Sí, claro! Para eso hicieron el dobléz.

- Vamos a anotar las respuestas de algunos: (Anota en el pizarrón)

Carolina	2 veces y media
Cecilia	Casi cuatro veces
Sandra	3
Susana	Casi 4
Rubén	2 veces y media
Mariana	Casi 11
Carla	7
Leticia	1 vez y media
Laura	Casi 3

- *Creo que es suficiente. Con lo que está anotado, ¿podemos afirmar algo?, ¿se pueden comparar, por ejemplo, el ángulo de Sandra con el de Laura?*

- *No sabemos de cuánto era el ángulo.*

- *Hay que cambiar el patrón de medida.*

- *Entonces vamos a usar otro material (se reparten hojas con una haz de rayos).*



- *Se trata de un conjunto de ángulos aproximadamente iguales.*

¿Cuántos de estos ángulos caben en el ángulo obtuso? Volvamos a la tabla.

Carolina	2 veces y media	13 y más de $\frac{1}{2}$
Cecilia	Casi cuatro veces	13
Sandra	3	13
Susana	Casi 4	11
Rubén	2 veces y media	Casi 12
Mariana	Casi 11	13
Carla	7	12 y media
Leticia	1 vez y media	10
Laura	Casi 3	Casi 12

- *El mayor es el de Carolina, el menor es el de Leticia. ¿Cuál es la diferencia entre unas y otras respuestas?*

- **Que ahora todos tienen el mismo patrón.**

- Ponemos un título a cada columna de la tabla

Angulo obtuso de...	Medida con relación al agudo	Medida con patrón convencional
Carolina	2 veces y media	13 y más de $\frac{1}{2}$
Cecilia	Casi cuatro veces	13
Sandra	3	13
Susana	Casi 4	11
Rubén	2 veces y media	Casi 12
Mariana	Casi 11	13
Carla	7	12 y media
Leticia	1 vez y media	10
Laura	Casi 3	Casi 12

- ¿Cuál es la respuesta a cuántas veces cabe?

- **Mide..**

- **Medida..**

- La acción de medir. El patrón que se usa para la acción de medir es la unidad. El uso de la unidad convencional da medidas que son comparables.

Recuerden que medir una cantidad es determinar el número de veces que otra cantidad de la misma magnitud está comprendida en ella. Por ejemplo, el ancho de una hoja de papel de formato A4 es de 210 milímetros y su altura es de 297 milímetros; los números son las medidas de las respectivas longitudes con respecto a la unidad de medida elegida (1 mm).

El valor de la cantidad está dado por la expresión de la medida seguida de la unidad; por ejemplo el valor de una pulgada es de 2,57 cm.

- A través de haber comparado recorrimos ciertas etapas. Primero sin números: comparación cualitativa. Luego cuantificación. Hablaré de medida, no en cualquier acto de comparación, sino cuando cuantifique usando números.

- En la última columna quedan algunas cosas que molestan, ¿qué habría que hacer para mejorarlas?

- **Disminuir la unidad.**

- Ustedes conocen este instrumento (muestra un transportador comercial circular). Veamos qué relación tiene el instrumento comercial con el de papel que usamos hasta ahora.

- **Están divididos en partes iguales.**

- ¡Qué buenos somos! ¡Y queremos que los chicos nos entiendan!

- Tengo preguntas: ¿qué relación hay entre las subdivisiones del instrumento de papel y las del transportador comercial?

- **¡Diez!**

- ¿Qué se ve en el comercial?

- **Rayitas.**

- ¿Qué representan?

- **A un ángulo agudo de 1° .**

- **360° en cuatro cuadrantes de 90° .**

- En el transportador están representados ángulos, ¿y se ven? No se pueden dibujar tal cual son, porque se empastarían en el centro. Eso ocurre aún en los de 10° en 10° que han sido dibujados con computadora.

- Se pierde el centro

- Precisamente el calado del transportador comercial pone en evidencia que no es posible dibujar ángulos de un grado cualquiera sea el material del que esté hecho.

- Hay que ver con ojos que ven más allá de lo que está.

- No es fácil trabajar con los chicos y el transportador. Hoy en este taller, ¿alguien tuvo que decir cómo había que colocar el centro?

- ¡No!

- Porque con este trabajo queda claramente indicado. Nadie tiene dudas de cómo hay que ponerlo. La estrategia consiste en tener el transportador de papel antes y usarlo bastante; y después ajustar uno sobre otro. Háganlo y completamos la tabla con una tercera columna.

Laura: -117°

- A ver, por orden.

Angulo obtuso de...	Medida con relación al agudo	Medida con patrón convencional	Medida en grados
Carolina	2 veces y media	13 y más de $\frac{1}{2}$	137°
Cecilia	Casi cuatro veces	13	130°
Sandra	3	13	130°
Susana	Casi 4	11	110°
Rubén	2 veces y media	Casi 12	118°
Mariana	Casi 11	13	130°
Carla	7	12 y media	127°
Leticia	1 vez y media	10	104°
Laura	Casi 3	Casi 12	117°

- La dificultad no está en la palabra «grado». Así como el centímetro cabe diez veces en el metro, un pequeño ángulo de 1° cabe diez veces en otro del haz.

Hablamos de diferente precisión cuando usamos diferentes instrumentos. Alguien dijo «no es ni 130, ni 131». Son situaciones que no se pueden controlar solamente con grados. Cualquiera de los dos valores tiene error, pero afirmamos que «el error es menor que un grado».

- Pensemos entre todos, ¿qué recorrido hicimos en este taller?

- **Dibujamos.**

- **Comparación cualitativa.**

- **Después medimos.**

- ¿En qué diferencian comparar y medir?

- **En que usamos números**

- **Tomamos un patrón**

- La pregunta es: «¿cuántas veces?». Sin la pregunta no tengo medida. Se obtienen tres tipos de respuesta.

- usando la unidad no convencional,

- usando la unidad convenida,

- recurriendo al grado para mayor precisión y acotar el error.

- Partimos de lo que todos sabíamos: ángulo recto, ángulo agudo, ángulo obtuso. Ahora bien, ¿cómo trabajar con los alumnos más chicos? Asociamos ángulo a un movimiento de giro. Por ejemplo, con el propio cuerpo. Apuntamos al Norte, o al Este y giramos.

- Bueno, veamos, ¿por dónde sale el sol?

- **Por el Este, por allá.**

- Entonces me coloco mirando hacia el Norte y si giro hacia la derecha o hacia la izquierda medio giro encuentro el Sur. Si la rotación hubiera sido de un cuarto de giro a la derecha hubiera apuntado al Este.

- **¿En qué grado se puede hacer con los chicos?**

- Es posible hacerlo en 3er. Año. Esos chicos pueden distinguir los puntos cardinales: N, E, S y O. Se puede trabajar con un dibujo en tiza sobre el piso o sobre una hoja de papel. Hasta que los chicos no ven cómo su giro se transforma en un dibujo es muy difícil la noción de región angular. Trabajando con varillas como las pajitas de refresco, o los palitos chinos, o agujas de tejer, se pueden hacer comparaciones de ángulos, haciéndolos girar y preguntando: ¿cuál giró más?, ¿cuál giró menos?



- La comparación de giros con estos materiales facilita la comprensión de que se evalúa la abertura y no la longitud de las varillas. La construcción resulta dinámica y no estática. Al preguntar: ¿qué ángulo es mayor?, no importa que el dibujo ocupe menos espacio en el papel. Hasta que esto no esté afianzado no podemos proponer comparaciones de ángulos como elementos de figuras.

- Se pueden registrar giros: medio giro, un cuarto de giro, giro entero. Las palabras «medio», «cuarto», «entero» no ofrecen dificultad. ¿Dónde está el ángulo recto?

- **En un cuarto de giro**

- *¿Cómo se obtienen ángulos agudos?*

- **Hay que girar menos que un recto.**

- *¿Y un obtuso? Mayor que un recto y menor que medio giro. Al medio giro lo llamo ángulo llano.*

- **¿Cómo hacemos si queremos registrar los ángulos de giro de un chico en el patio? ¿Y comparar los giros de dos chicos?**

- *Se pueden marcar en el piso con tiza las dos direcciones: antes y después del giro.*

- **¿Qué marcamos en el piso? La amplitud sobre un papel de diario, para mostrarlos después en el aula.**

- *El ángulo es una forma de girar, girar en redondo, girar un ángulo llano, girar un ángulo menor que un llano. También se puede girar más que un llano (la varilla pasa al tercer cuadrante). En un ángulo recto entran nueve de estos giros (muestra el haz de rectas).*

El giro de un grado no se ve, es necesario pensarlo.

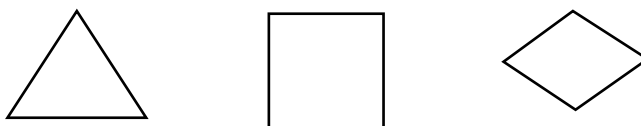
- *¿Para qué sirven estos grados? ¿Quiénes los inventaron? Fueron la solución al problema de los astrónomos que al dirigir la visión a un astro y después a otro realizaban un desplazamiento muy pequeño.*


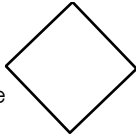
- **Nuestra percepción, no es suficiente para eso.**

- *Dos estrellas que se ven a un grado implican millones de kilómetros, son problemas de astrónomos o de navegantes, no de niños. Pedimos a los chicos que trabajen con algo significativo; si un chico mira al Este y gira hasta el Norte, eso sí es significativo.*

- *Estamos acostumbrados a pedir a los chicos que marquen los ángulos en las figuras. Pero para los chicos los ángulos en las figuras no son dinámicos, sino*

estáticos. Ellos no construyeron las figuras a partir de los ángulos. La representación de figuras tiene otras dificultades. En un principio los chicos distinguen que esta figura es un triángulo y esta un cuadrado y esta otra es un rombo.



Pero no siempre ven que  también es un rombo o que  es un cuadrado.

(traza los dibujos en el pizarrón)

Para ver el ángulo integrado como una parte de una figura los chicos tienen que haber evolucionado hacia un pensamiento más analítico.

- *Conviene que representen los lados de las figuras con varillas y que observen su cambio de dirección en cada vértice. Antes de 5to. año tienen que trabajar con giros reales, concretos, dinámicos. Cuando en 5to. año estén en condiciones de medir mediante este proceso, les podemos pedir que ordenen los ángulos de la tabla.*

- *Las personas que hayan participado de este taller pueden decir cuál es el mayor de todos los ángulos. ¿Cómo puedo saber si estos dos ángulos son iguales entre sí o hay uno mayor que otro? (Compara dos ángulos en papel). El de Cecilia es menor que el de Graciela. Esto da información con respecto al de Rosana: Si el de Cecilia es mayor que el de Graciela y el de Graciela es mayor que el de Rosana, el primero es mayor que el último.*

- *En Matemática afirmamos cosas por inferir algo a partir de cuestiones en cuya verdad creemos.*

- *¿Cómo empezamos a trabajar hoy cuando comparamos? Hicimos una validación empírica o de hecho que es diferente de una validación reflexiva o lógica. ¿Empezamos por trabajar con validaciones lógicas?*

- **No, empíricas.**

- *El camino que recorren los chicos empieza por las acciones, y a partir de ellas pueden pensar.*

- *Volcamos el resultado de las acciones en formulaciones que quedaron registradas con palabras o con números y símbolos, ¿cómo se sabe que son verdaderas? De diferentes maneras. Si yo corto en un triángulo cualquiera de papel los tres ángulos y junto las tres partes se formará un ángulo llano (180°). En el segundo ciclo los chicos podrán resolver: «si un ángulo de un triángulo es de 120° y otro de 30° , ¿cuánto vale el tercer ángulo?» que requiere una validación de tipo lógico (escribe en el pizarrón).*

acción

formulación

validación

- *¿Cómo se escalonan las nociones de medida? Trabajando primero con comparaciones, luego con unidades no convencionales, y más adelante con unidades convencionales teniendo en cuenta el error que implica toda medición.*

- *En este momento estamos reflexionando sobre la relación entre el trabajo que hicimos antes y el «grado» como unidad convencional de medida. Hacía falta destacar qué estuvo pasando y dar los términos técnicos que corresponden a lo que hicimos: es lo que llamamos la institucionalización de lo ocurrido. De ahora en más este lenguaje tendrá entre nosotros cierta significación que resultó de este recorrido: desde lo concreto a la validación reflexiva.*

(en el pizarrón)

acción
formulación
validación
institucionalización

- *En un rato nos veremos en el plenario.*



Durante la clase registrada se hace referencia a distintos tipos de intercambio de los alumnos con el medio en situaciones de acción, formulación, y validación. Recuerde que en el ANEXO 2 del Módulo 2, «El aprendizaje de los números decimales», puede encontrar mayor explicitación acerca de las situaciones mencionadas.

Situaciones de enseñanza de la medida en la escuela elemental



A través de las actividades del presente Módulo hemos tomado como eje de contenido matemático los procesos de medición. Consideramos adecuado acercarle para su análisis algunos párrafos de un importante trabajo de investigación sobre ese tema. Se trata de algunos fragmentos de la presentación de la tesis doctoral titulada Estudio de las situaciones de enseñanza de la medida en la escuela elemental, de la que es autora María del Carmen Chamorro, docente de la Universidad Complutense de Madrid.

[...] «La falsa idea de que la unidad debe ser más pequeña que el objeto a medir, la hemos encontrado en varios manuales y expresada de diversas formas, por ejemplo así: *«Para medir objetos pequeños utilizamos el decímetro. Pero si intentas medir objetos más pequeños que el decímetro, verás que no puedes hacerlo»*, coinciden así los autores en una falsa concepción muy extendida entre los estudiantes, incluso de secundaria, relativa al tamaño de la unidad en relación con el objeto a medir, concepción que requiere ser destruida si se quiere que los alumnos y alumnas accedan a la comprensión del fraccionamiento de la unidad que fundamenta el método más extendido de medida, y permite una construcción matemática correcta de los números decimales en condiciones a-didácticas¹ «.[...]

[...] «La determinación de la equivalencia en magnitud de dos objetos se hace en general por el intermedio de la medida, trasladando la comparación al campo numérico, por lo que en realidad se trata de una ordenación de números que no toma en consideración el criterio de cantidad de magnitud».[...]

¹ Una situación a-didáctica es aquella en la que el alumno hace frente, de manera autónoma, a la resolución del problema, construyendo para ello el conocimiento que tal situación busca. El nombre de a-didáctico quiere dar a entender que ha desaparecido de la situación la intención de enseñar, es decir, que el alumno desea resolver el problema presentado por la situación, al margen de la intencionalidad didáctica del maestro.

[...] «El trabajo de conversiones, que es sin duda el que más espacio ocupa a lo largo de la escolaridad obligatoria en lo referente a medida, es en realidad un ejercicio enmascarado de numeración decimal, en el que en vez de pasar de centenas a unidades, se pasa de hectómetros a metros o de kilos a gramos. Los aspectos que priman en estos ejercicios de convenciones son de tipo formal, de manera que se busca la aplicación de procesos algoritmizados, dados a través de tablas, escaleras u otras presentaciones que proporcionen de forma rápida y automática una escritura equivalente. Prácticamente todos los textos parten de las equivalencias entre unidades, de forma que la búsqueda de estas equivalencias, que conceptualmente tendría que ver con la medida, no forma parte del saber enseñado, aunque aparezca, sin embargo, como saber a enseñar en algunos cuestionarios. Los ejercicios que el maestro hace después en clase están en esta línea, consumiendo una parte importante del tiempo escolar dedicado al tratamiento de la medida.

Los problemas que versan sobre medidas parten en sus enunciados de medidas ya efectuadas, es decir, de resultados numéricos, de medidas concretas que han de ser sumadas, restadas, o bien multiplicadas o divididas por un número natural.»[...]

[...] «Si no hay verdaderamente mediciones no tiene sentido plantear el problema de la precisión y del error. Hay toda una ficción didáctica según la cual los objetos son idealizados, las mediciones siempre se hacen bien y los resultados son casi siempre enteros. Dentro de esa ficción didáctica, la estimación carece de un medio propicio para su consideración.»

Le sugerimos que explore en los manuales que tiene disponibles en su escuela, ejercicios o problemas relativos a la noción de medida para comparar algunas de esas propuestas con el enfoque planteado por la Dra. Chamorro.

***El uso de expresiones decimales
en situaciones de medida***

Le proponemos la resolución de una situación sobre el crecimiento de cuadrados que le permitirá extraer interesantes conclusiones acerca de la necesidad del uso de expresiones decimales en situaciones de medida.

En esta oportunidad no se trata de que usted efectúe las mismas actividades que pueden realizar sus alumnos como si estuviera simulando un tipo de pensamiento infantil, sino del planteo de situaciones que impliquen procesos de aprendizajes significativos en el área, que le permitan reflexionar y profundizar sus conocimientos específicos.

RESOLUCIÓN DE UNA GUIA DE TRABAJO

Tenga a su disposición papel cuadriculado

1. Sombree un cuadrado de 1 centímetro de lado.
2. ¿Cuántos cuadrados de 1 cm de lado tiene que agregar al anterior para formar un cuadrado que tenga el doble de lado?
3. ¿Cuántos cuadrados tiene que agregar a un cuadrado de 2 cm de lado para obtener otro de 3 cm de lado?

4. Complete una tabla como ésta:

Lado del cuadrado (cm)	Número de cuadrados agregados al anterior	Área total del cuadrado (cm ²)	Perímetro del cuadrado (cm)
1	1	1	4
2	3		
3	5		
4			
5			
...			
N			

5. Agregue a la primera columna de la tabla, los datos de un cuadrado de 1,5 cm de lado. Para ello dibuje el cuadrado y cuente cuántos tuvo que agregar al de 1 cm de lado; cuántos cm² constituyen el área y qué longitud, en cm, tiene el perímetro.

6. Agregue a la primera columna de la tabla los datos de otro cuadrado de 3,7 cm de lado. Use la calculadora para completar las otras columnas.

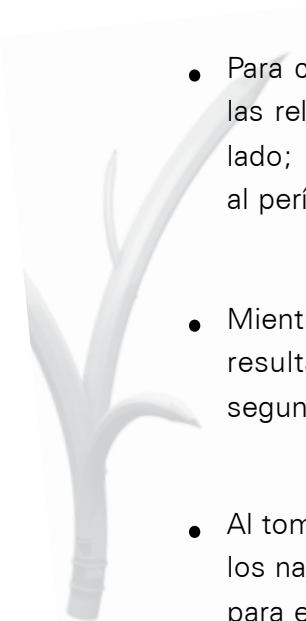
7. Ahora el dato es que el área de un cuadrado es de 5,76 cm²; complete las otras columnas usando la calculadora.

8. Represente gráficamente, a partir de un par de ejes perpendiculares sobre papel cuadriculado, las relaciones entre los siguientes pares de columnas de datos:

- medida del lado, número de cuadrados agregados
- medida del lado, área
- medida del lado, perímetro

Para tener en cuenta

Al avanzar en su trabajo con la GUÍA, habrá observado que:

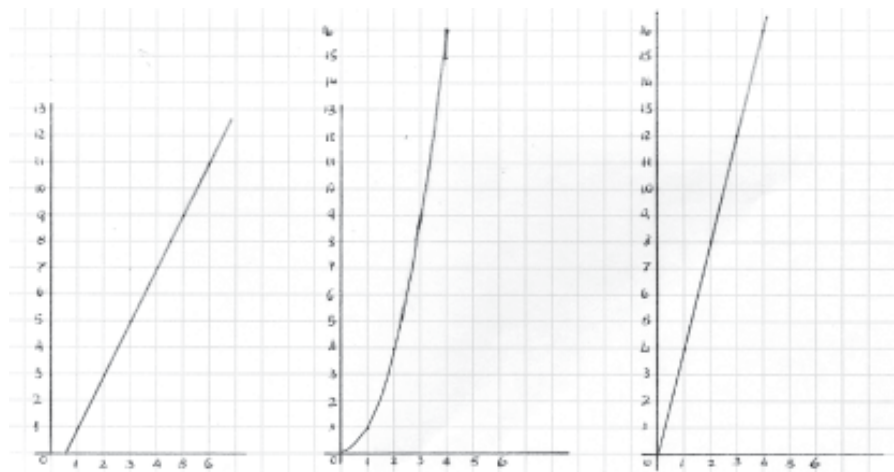


- Para completar la última fila de la tabla usted ha generalizado las relaciones de modo simbólico llamando **n** a la medida del lado; **2n-1** al número de cuadrado agregados; **n²** al área y **4n** al perímetro.
- Mientras trabajó con **cuadrados enteros**, los datos de la tabla resultaron números naturales y habrá observado que en la segunda columna aparecía la sucesión de los números impares.
- Al tomar como medida del lado un número comprendido entre los naturales 1 y 2, fue necesario también el uso de decimales para expresar las otras magnitudes. Cuando se trata de 1,5 es fácil visualizar el fraccionamiento de cuadrados. No ocurre lo mismo cuando se trata de trabajar con un cuadrado de 3,7 cm de lado.
- En el caso de determinar el lado de un cuadrado sabiendo cuál es su área - en nuestra tabla 5,76 cm²- es necesario aplicar una operación inversa de la potenciación, el cálculo de la **raíz**



cuadrada de un número, vale decir: conocido el cuadrado de un número, determinar cuál es el que lo originó.

- Un instrumento tan útil y tan fácil de conseguir como la calculadora elemental nos permite resolver el problema con cuadrados de cualquier longitud de lado pues no existe ninguna limitación en concebir cuadrados de cualquier medida.
- Por tal razón, los gráficos que usted obtuvo en un sistema de ejes perpendiculares - en un principio con puntos aislados - pueden trazarse con líneas continuas. La línea que representa la relación «medida del lado-número de cuadrados agregados», es una semirrecta de pendiente 2 (1 espacio en sentido horizontal y 2 espacios en sentido vertical) que pasa por el eje horizontal en el punto 0,5. La línea que representa la relación «medida del lado-área» es un arco de parábola y la que representa la relación «medida del lado-perímetro» es una semirrecta de pendiente 4 que pasa por el origen de coordenadas.



Proceso de construcción de la medida

A continuación le ofrecemos una selección de párrafos de diferentes autores sobre la construcción del proceso de medida:

DIENES, Z. P., GOLDING, E. W. «*Los primeros pasos en Matemática – 3: Exploración del espacio y práctica de la medida*» – Editorial Teide, Barcelona, 1966

RENDO, Alicia D.de; «*Hora de Matemática. Maestro y Capacitador en Interacción*»; AIQUE.; Buenos Aires, 1992

RICO ROMERO, Luis; «*Diseño Curricular en Educación Matemática. Elementos y evaluación*»; Alfar; Sevilla, 1990

Todos estos autores presentan una modalidad activa de trabajo para que los alumnos adquieran los conceptos básicos relacionados con la medida de cantidades en cualquier magnitud. Hemos elegido algunas de las magnitudes para tratar de extraer una secuencia que oriente la elaboración de propuestas de enseñanza. Si bien el texto de Dienes no es reciente, su vigencia está intacta.

PRÁCTICA DE LA MEDIDA ²

Ejercicios preliminares

Los hechos, los sucesos que se observan en la naturaleza pueden, desde un cierto punto de vista, ser clasificados en dos categorías: continuos y discontinuos. Por ejemplo, cuando se cuentan las manzanas que hay en un cesto, entre una manzana y la siguiente no hay una cantidad continua. Lo mismo sucede con los pasos que se andan en el camino, puesto que no hay ningún paso intermedio entre el primero y el segundo, ni entre el segundo y el tercero: cada uno sigue al

² DIENES, Z. P., GOLDING, E. W.: (Op. Cit.)

anterior formando una sucesión regular. Por el contrario, muchos fenómenos de la naturaleza nos aparecen como continuos: el transcurso del tiempo, el crecimiento de una planta, los desplazamientos en el espacio, etcétera. La acción de medir o contar sucesos discontinuos ofrece pocas dificultades, pero no ocurre lo mismo con los hechos continuos. ¿Cómo medir el crecimiento? ¿Cómo saber si una cosa es más grande que otra? ¿Cómo medir el transcurso del tiempo?

Naturalmente, el niño suele resolver estas cuestiones con un simple golpe de vista. Ve que la maestra es mayor que él y esto no le representa ninguna dificultad. No tiene ninguna necesidad de medir a su maestra; principalmente cuando es muy pequeño, resuelve las situaciones de este género con la sola ayuda de sus sentidos. No precisa de ningún análisis.

Llega, sin embargo, un momento en que se hace sentir la necesidad de obtener unas medidas (medidas de distancia, medidas de capacidad o de peso, etcétera). Es precisamente de esta clase de medida de lo que vamos a tratar aquí.[...]

[...] Desde luego, no se puede pedir a los niños que hagan mediciones hasta que no sepan contar y que no hayan adquirido esta noción del número que se deriva de la suma. Una vez que se domina la suma de los números, se puede proceder también a la suma de longitudes o a la expresión de esta longitud en función de diversas unidades. Por ejemplo, supongamos que al medir la distancia que hay entre dos árboles del patio, los niños hayan hallado siete listones de un metro, nueve listones de un decímetro y quince piezas de un centímetro. (Esto sucede muchas veces en la realidad con los pequeños). Si se les anima a que vuelvan a empezar, puede ocurrir que descubran que se pueden sustituir diez de las quince piezas de centímetro por una de un decímetro, con lo cual se obtendrá para la medida que hay entre los dos árboles: siete metros, diez decímetros y cinco centímetros. Quizás otro niño observe entonces que se pueden sustituir los diez listones de un decímetro por un metro, de forma que en el último término obtendrán el resultado de ocho metros: ningún decímetro y cinco centímetros. Desde luego, es preciso hacer que realicen numerosos ejercicios antes de que los niños comprendan plenamente la equivalencia entre una longitud expresada de una manera, y la misma longitud expresada con otras unidades. [...]

Sin embargo, no se puede esperar todavía que los niños ya sean capaces de utilizar un doble-decímetro escolar graduado sin la menor ayuda. La mayor parte de estos instrumentos están graduados con demasiada precisión para niños pequeños, y es preferible empezar usando reglas que estén solamente graduadas en centímetros o en pulgadas. De esta manera, los niños serán capaces de descubrir el vínculo que hay entre estas graduaciones y los listones separados de un decímetro y un centímetro. Por otra parte, es muy importante que utilicen reglas que tengan un decímetro exacto de longitud, lo cual no ocurre generalmente con los instrumentos que se venden en el comercio, los cuales suelen ser más largos.

Acabamos de describir con todo detalle el proceso de adquisición de la noción de medida de longitud. Es preciso, pasar por las mismas etapas en cuanto a las medidas de superficie y volumen. [...]

[...] **Medida de las áreas**

Nos ha parecido interesante introducir en esta etapa la medida de las áreas, pero sin desarrollarla tanto como las otras medidas. Aquí también se empezará usando unidades de medida arbitrarias: cuadrados recortados en cartón o linóleo, tanto de 12 como de 25 cm de lado; así como baldosas o azulejos que se encuentran en el comercio (poco importa la medida que tengan de lado, pues no interesa que coincidan con las medidas del sistema métrico), y se hace que se ejerciten en «recubrir». Se miden así, con la ayuda de estas unidades arbitrarias, la superficie de rectángulos y cuadrados trazados con tiza en el suelo, los tableros de las mesas, los asientos de las sillas, y las cubiertas de los libros, empleando cuadritos más pequeños (se encuentran mosaicos de cerámica que tiene unos 3 cm de lado). Los niños colocan sus cuadrado sobre la superficie que tienen que medir, arreglándoselas de forma que la recubran totalmente (al principio, se escogerán formas tales que «venga justo»), y después se cuentan los cuadrados colocados. Poco a poco, se retiran las unidades arbitrarias, dejando solamente cuadrados de un decímetro y un centímetro de lado. Se pueden también preparar algunos tableros de fibras artificiales que midan un metro de lado, para realizar mediciones en el patio, pero como esto sería molesto –sin hablar del precio- si

tuviéramos que tener un gran número de ellos, se pueden hacer ejercicios trazando los contornos con tiza en el suelo y contando el número de cuadrados así dibujados. Se terminará efectuando la medición de superficies que necesiten la utilización sucesiva de unidades cada vez más pequeñas para terminar el «recubrimiento» empezado con las unidades grandes.

ACERCA DE LOS PROBLEMAS³

[...] Cuando en la escuela trabajamos con *problemas* generalmente pensamos en los que vienen en los manuales: enunciados con 3 ó 4 datos numéricos que el chico tiene que utilizar. El espacio de libertad que le queda es la elección de las operaciones que tiene que hacer para obtener la respuesta, o el orden en que se efectuarán esas operaciones; se trata de que al finalizar llegue a un único resultado numérico que no admita más que una única interpretación.

En los enunciados de los problemas aparecen ciertas palabras *claves* que los chicos interpretan como indicios de las operaciones que tienen que efectuar: si dice *repartir* saben que hay que dividir, si habla de obtener el *total*, con seguridad, suman.

Los maestros acompañados durante los encuentros fueron ampliando su concepción de problema. A partir de su propia experiencia como adultos, fueron conceptualizando que *problematizarse* es algo más que leer el enunciado de un problema y *problematizaron* a los alumnos con propuestas de otro tipo.

Partieron del marco geométrico trabajando con material concreto: cuerpos, recortes de cartulina, cajas, hilos, tijeras, palitos, pajitas, etcétera. Sus alumnos encontraron analogías y diferencias, establecieron criterios para clasificar y para ordenar los objetos según las propiedades que en cada momento atraían su atención. De este modo fueron estableciendo, según las circunstancias:

³RENDO, Alicia D. De (Op. Cit.)

- relaciones de equivalencia:
 - ...tiene la misma forma que...
 - ...tiene tantos vértices como ...
 - ...tiene la misma superficie que ...
- relaciones de orden:
 - ...tiene mayor perímetro que ...
 - ...tiene menor superficie que ...
 - ...la suma de los ángulos es menor que...
- relaciones de proporcionalidad:
 - ...el perímetro de los cuadrados aumenta en la misma relación que crece el lado...
 - ...si se duplican, triplican, etcétera, las diagonales de un polígono cualquiera, se obtiene otro de la misma forma y el perímetro tiene también la misma relación.

Al hablar del doble, de triplicar un segmento, usaron implícitamente unidades de longitud arbitrarias y variables.

Comparar un cuadrado con otro cuyo lado fuera el doble, los condujo a indagar qué relación existe entre ambas superficies y para sorpresa de algunos vieron que el primero, cuyo lado era la mitad del lado del otro, tenía una superficie que era solamente $\frac{1}{4}$ de la del mayor.

A medida que profundizaban en el conocimiento geométrico de los chicos, los maestros pudieron observar que algunas situaciones eran resueltas en el *marco físico*: construcciones, clasificaciones de cuerpos y de formas planas.

Otras eran analizadas por los chicos en el *marco gráfico*. Representaban las figuras, las dibujaban, hacían modificaciones en los trazados, construían esquemas para vincular las figuras por algunas de sus propiedades, diseñaban afiches con gráficos de flechas, etcétera.

En otros momentos, el juego con material concreto, como en el caso del *Tangrama*, los llevó a hacer registros simbólicos de las relaciones en el *marco numérico*. Por ejemplo, la pieza A es $\frac{1}{4}$ de la pieza B; B es $\frac{1}{4}$ de 1 dm^2 , entonces A es $\frac{1}{16} \text{ dm}^2$.

Otro ejemplo; escribieron, usando expresiones decimales, la relación de cada pieza con el cuadrado de 1 dm de lado.

El proceso de *medida*, tanto de la longitud, como de la superficie o del volumen, implica un camino de conocimiento que muestra etapas similares:

- La comparación directa:
 - ¿cuál es más largo?,
 - ¿cuál tiene mayor superficie?,
 - ¿cuál ocupa más espacio?
- El uso de un patrón arbitrario:
 - ¿cuántas veces cabe un escarbadienates en una pajita de refresco?,
 - ¿cuántas estampillas cubren una tarjeta postal?
 - ¿cuántos cubitos caben en una cajita?
- El uso de una unidad convencional:
 - ¿cuántos *metros* hay entre el frente y el fondo del patio?
 - ¿cuántos *metros cuadrados* tiene el jardín?
 - ¿cuántos *metros cúbicos* de aire hay en el aula?
- La posibilidad de hacer estimaciones cuando se han tenido experiencias de medida:
 - ¿cuántos metros de tela se necesitan para confeccionar una prenda?
 - ¿cuánto costará reponer el vidrio de una ventana?
 - ¿cuántas cajas de zapatos caben en el armario?

Este proceso de medida demanda, y a la vez implica, relaciones entre los marcos que hemos mencionado: el geométrico, el físico, el numérico, el gráfico. Una situación problemática puede plantearse y solucionarse en un marco o en otro, o en varios, según las reflexiones que los chicos se vayan planteando para resolverla.

Los *significantes*: dibujos, esquemas y símbolos, cobran otro *significado* cuando son acordados por los chicos a partir de las necesidades que les van generando los problemas.[...]

[...] **LOS CONTENIDOS, TÉCNICAS Y DESTREZAS⁴**

Uso de instrumentos de medida

Con excesiva frecuencia el estudio de las magnitudes fundamentales - longitud, superficie, volumen, amplitud, peso, capacidad - ha quedado reducido al estudio del sistema de unidades conocido como Sistema Métrico Decimal, con la denominación y simbolización de las unidades y sus múltiplos y divisores, conversión de unas en otras, y el cálculo formal de las cantidades de cada una de estas magnitudes. Sin embargo, las cantidades empleadas no responden a ninguna experiencia del alumno, suelen estar totalmente descontextualizadas.

Más aun, un alumno puede hacer perfectamente conversiones entre distintas unidades de longitud, pasar cantidades complejas a una expresión incompleja, o a la inversa, y a pesar de ello ser incapaz de nombrar objetos que midan aproximadamente un metro, señalar partes de su cuerpo que midan un metro, o bien colocar dos objetos a una distancia aproximada de un metro.

Todo esto responde a una enseñanza de las magnitudes excesivamente centrada en los aspectos formales y operatorios, y despreocupada del significado de los conceptos básicos implicados. La búsqueda de referentes adecuados

⁴ RICO ROMERO, Luis; (Op. Cit.)

para cada una de las unidades más importantes, en todas y cada una de las magnitudes fundamentales, es un paso importante a la hora de dotar de significado real al trabajo con las mismas (*del Olmo y otros, 1989*).

Otro paso importante en esta dirección consiste en el manejo y utilización de los instrumentos de medida. Cuando un alumno mide la longitud de su clase, el metro se convierte en un objeto tangible, sobre el cual se realizan determinadas acciones, que le proporcionan una experiencia. Las informaciones que logra sobre el metro y sobre el significado de una cantidad de longitud expresada en metros, resultan mucho más enriquecedoras que una página completa de cuentas en las que haya que pasar cantidades en metros a cantidades en decímetros, o cualquier otra variante que se quiera.

Esto es lo que impedirá en el futuro que pequeños errores de cálculo lleven a dar respuestas absurdas a un problema o cuestión, que el alumno proporcionará sin ninguna conciencia de su irrazonabilidad, por no tener un sentido real de lo que una medida significa.

El uso correcto de los instrumentos de medida se convierte así en una destreza básica en la formación general. Las distintas variantes de los instrumentos suelen responder a diferencias de tipo práctico, por ejemplo cinta métrica, metro de carpintero, metro rígido, etcétera. Cuando se trate de instrumentos de uso corriente aunque estén restringidos a determinadas profesiones, conviene enseñar su manejo en el aula, e incluso adquirir cierta destreza en su empleo.

No se tratará de lograr un uso experto desproporcionado, pero determinadas pautas generales de utilización deben estar asumidas. En este caso se encuentran: elegir un origen para ir reiterando la unidad sobre el objeto que se va a medir - dependiendo de la naturaleza de la medida - ; no superponer unas unidades con otras; considerar las unidades completas, y no rebasarlas o no alcanzarlas; disponer de un sistema adecuado para valorar el sobrante que resta después de haber aplicado reiteradamente la unidad de medida. Estas y otras habilidades hay que practicarlas en clase de forma que el método que cada alumno termine por adquirir no tenga carencias graves.

Habilidad para expresar el propio razonamiento. La capacidad para comunicar las reflexiones que se realizan al resolver un problema, al hacer un cálculo, una

representación gráfica, o, en general, cuando se trabaja sobre una cuestión matemática, es una habilidad cuya valoración no se había considerado hasta fechas recientes.

No se trata de que los alumnos enuncien correctamente definiciones, teoremas o propiedades sino que sean capaces de explicitar los motivos - sean del tipo que sean - por los que llegan a una determinada conclusión, valoran más un argumento que otro, o prefieren elegir unas operaciones en vez de otras para lograr un resultado.

Esta habilidad se ha demostrado útil porque, cuando un alumno expresa en voz alta el hilo de sus argumentos, es más capaz de apreciar los fallos en el razonamiento, completar algunos pasos, mejorar los supuestos iniciales y buscar motivos más convincentes para alcanzar la meta propuesta.

Por otra parte, si el razonamiento se hace en grupo, la discusión y el debate servirán para depurar rápidamente los argumentos de carácter personal, no fundamentados en razones objetivas. Convencer a los propios compañeros es una primera etapa de un razonamiento sólido.

Además el trabajo en grupo necesita de un intercambio continuo de reflexiones y una capacidad para analizar críticamente los razonamientos propios y los de los demás. Las matemáticas son, entre otras muchas cosas, un lenguaje y un razonamiento que se comparten: por ello, la capacidad para expresar el propio pensamiento matemático es una habilidad importante cuyo dominio no resulta sencillo, pero que, en todo caso, es necesaria para una comprensión más profunda de las matemáticas. [...]

Índice

Presentación del área.....pág. 5

Módulo 1

Introducción.....pág. 25

Primera parte

Una misma propuesta, para trabajar
con varios grupos.....pág. 31

Segunda parte

Distintas estrategias para enseñar un mismo contenido en plurigrado:
Una experiencia para la enseñanza de la división.....pág. 47

Actividades de cierre.....pág. 65

Anexo 1

El registro de experiencias como instrumento
de perfeccionamiento docente.....pág. 71

Anexo 2

El algoritmo de la multiplicación.....pág. 75

Anexo 3

El almanaque.....pág. 83

Anexo 4

Algunas propuestas de actividades
geométricas.....pág. 87

Módulo 2

Introducción.....pág. 97

Primera parte

Las mismas nociones de estadística para
diferentes grupos de plurigrado.....pág. 103

Segunda parte

Distintos contenidos geométricos
en torno a un mismo eje en plurigrado.....pág. 129

Actividades de cierre.....pág. 157

Anexo 1

La inclusión de las nociones de estadística en la EGB.....pág. 163

Anexo 2
Aprendizaje de los números decimales.....pág. 175

Anexo 3
Moneda.....pág. 183

Anexo 4
Figuras utilizadas en las
Actividades del Primer Ciclo.....pág. 187

Módulo 3

Introducciónpág. 193

Primera parte

La organización de estrategias
de enseñanza en plurigrado.....pág. 195

Segunda parte

La organización de los alumnos
para el trabajo en plurigrado.....pág. 211

En camino hacia la evaluación final.....pág. 220

Anexo 1

Ángulos y mediciones.....pág. 229

Anexo 2

Situaciones de enseñanza de la
medida en la escuela elemental.....pág. 241

Anexo 3

El uso de expresiones decimales
en situaciones de medida.....pág. 243

Anexo 4

Proceso de construcción
de la medida.....pág. 247

Esta publicación se terminó de imprimir
en el mes de agosto de 2005
en los Talleres de *Artes Gráficas* NesDan SRL
Virrey Cevallos 1975 (C1135AAO) Ciudad de Buenos Aires
con una tirada de 1.500 ejemplares



**Dirección General de
Cultura y Educación**

Gobierno de la Provincia
de Buenos Aires

Subsecretaría de Educación